９．運動量

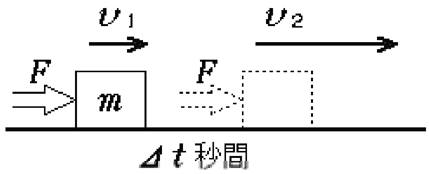
《ａ》運動量の原理　（教科書 P.18 ～ 21、問題集 P.125 ～ 134）

運動の勢いを表す量として、運動エネルギーとは別に、運動量という量を考える。

運動量の定義　$\boxed{P\ =\ \qquad\qquad}$　m：物体の質量　v：物体の速度

単位　[　　　]　　[　]［　　　]

運動量の原理



速度 v_1 で運動中の物体に短い時間 Δt の間、一定の力 F が加わり、速度が v_2 に変化した場合を考える。物体の質量を m とする。

力が加わっていた間の運動方程式　$\boxed{\qquad\qquad\qquad}$

力が加わっていた間の加速度　$\boxed{a\ =\ \qquad\qquad}$

等加速度運動の速度の式　$\boxed{v\ =\ \qquad}$

Δt 後の速度 v_2　$\boxed{v_2\ =\ \qquad\qquad}$

両辺に m をかけて mv_1 を移項　$\boxed{\qquad\qquad\qquad}$

運動量の原理　$\boxed{\qquad\qquad\qquad}$

mv：運動量

$F\Delta t$：力積

単位［　　　］　　［　　　］

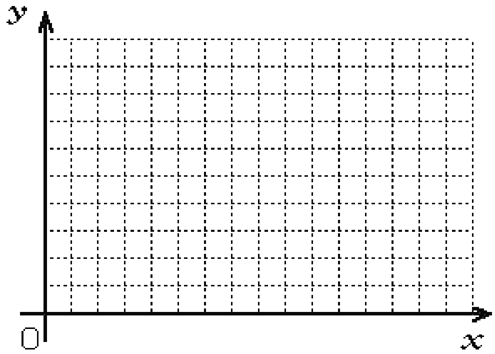
運動量の原理　物体の運動量は与えられた力積の量だけ変化する。

「運動量の原理」や「エネルギーの原理」は運動の第二法則（運動方程式）の変形である。これらはいずれも外的作用によって物体の運動状態がどのように変わるかを示している。

運動方程式	$m\vec{a}$	$=$	$\vec{F}$
運動量の原理	$\overrightarrow{mv_2} - \overrightarrow{mv_1}$	$=$	$\vec{F}\Delta t$
エネルギーの原理	$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$	$=$	Fs
	状態変化		外的作用

【作業１】
＋ $\boldsymbol{x}$ 方向に向かって８ m/s の速さで運動していた質量 0.5kg の物体に 60N の力を＋ $\boldsymbol{y}$ 方向に 0.05 秒間加えたら物体の速度ベクトルはどうなるか。右に作図して求めよ。１目盛りを１ kg･m/s とする。

変化後の速さ＝ [　　　　] m/s

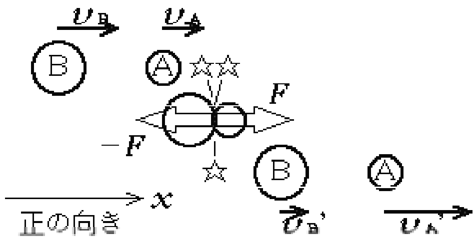


【問】上の問題を計算によって解け。（ヒント：「運動量の原理」の式を成分別に立てる）

【問】野球でピッチャーが投げた速さ 35m/s（＝ 126km/h）のボール（質量 0.15kg）をもときた方向に 50m/s の速さで打ち返すためには、平均してどれだけの力を加えなければならないか。バットとボールの接触時間を 1.0×10^{-3}s とする。

《ｂ》 運動量保存の法則 （教科書 P.22 ～ 28、問題集 P.125 ～ 134）

直線上で、速度 $\boldsymbol{v}_A$, $\boldsymbol{v}_B$で運動していた質量 $\boldsymbol{m}_A$, $\boldsymbol{m}_B$の物体Ａ，Ｂが衝突し、速度が $\boldsymbol{v}_A'$, $\boldsymbol{v}_B'$ に変化した。Ａ，Ｂが接触していた短時間 $\boldsymbol{\Delta t}$ の間、互いに及ぼし合う力 $\boldsymbol{F}$, $-\boldsymbol{F}$ は一定であったものとする。



物体Ａについて		物体Ｂについて
	接触中の運動方程式	
$\boldsymbol{a}_A$ ＝	接触中の加速度	$\boldsymbol{a}_B$ ＝
$\boldsymbol{v}_A'$ ＝	衝突後の速度	$\boldsymbol{v}_B'$ ＝

運動量保存の法則 [　　　　　　　　] 衝突の前後で運動量の合計は一定になる。

運動量保存の法則

２物体が互いに及ぼしあう力(内力)だけがはたらく運動では、全運動量は不変

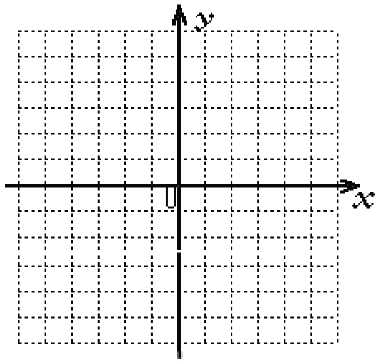
$$\boldsymbol{m}_A \boldsymbol{v}_A' + \boldsymbol{m}_B \boldsymbol{v}_B' = \boldsymbol{m}_A \boldsymbol{v}_A + \boldsymbol{m}_B \boldsymbol{v}_B$$

衝突後の運動量の合計　　　衝突前の運動量の合計

注）運動量はベクトルである。向きに関する処理を忘れないように注意しよう！

【作業２】

x 軸にそって正の向きに、速さ２ m/s で進んできた質量２ kg の物体Ａと、y 軸にそって正の向きに、速さ５ m/s で進んできた質量１ kg の物体Ｂが、原点Ｏで衝突し、その後Ａは y 軸にそって正の向きに１ m/s の速さで進んだ。Ｂの衝突後の速度の向きと大きさを作図により求めよ。



ただし、１目盛を１ kg･m/s とする。

衝突後のＢの速さ　$\boxed{}$ m/s

【問】上の問題を計算によって解け。（ヒント：成分別に運動量保存の法則の式を立てる）

運動量保存の法則による問題解法の手順

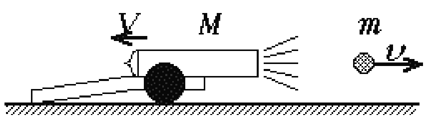
①衝突・分裂の前後の各物体の運動状態をベクトル図に描く。
②座標軸を定める。（平面運動では xy 方向、直線運動では正の向き）
③それぞれの速度の成分（正負の符号付きの値）を求める。
④衝突・分裂の前後の各物体の運動量（質量×速度）の合計を求め、等しいと置く。現象の前後で物体の個数が変わってもよい。すべての物体について合計する。符号に注意！
⑤④で立てた式を解く。必要があれば３平方の定理で速度の大きさを求める。

【問】野球で 35m/s の速さで水平に飛んできたボール（質量 0.15kg）を速さ 50m/s でもときた方向に打ち返す。このときもしも打者と地面の間に摩擦がないものとすると、打撃後打者はどれほどの速度を得るか。ただし、打者とバットは合わせて１物体とみなし、その質量を 70kg とする。

【問】一直線上を速さ $\boldsymbol{V}$ で運動していた質量 $\boldsymbol{M}$ の物体Ａに、同じ直線上を反対方向から速さ $\boldsymbol{v}$ でやってきた質量 $\boldsymbol{m}$ の物体Ｂが正面衝突して結合した。その後の運動の速度を求めよ。
（ヒント：**２物体の結合→衝突後の速度が共通**）

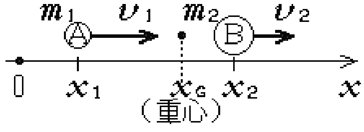
【問】上の問題で、結合した２物体が衝突地点で静止してしまうためには $\boldsymbol{v}$ を $\boldsymbol{V}$ の何倍にすればよいか。

【問】静止した大砲から弾丸を発射したところ、弾丸は速さ $\boldsymbol{v}$ で飛んでいった。このときの反動で大砲があとずさりする速さを求めよ。大砲、弾丸の質量をそれぞれ $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{m}$ とし、まさつはないものとする。
（ヒント：**物体の分裂→分裂前は速度が共通**）



物体系の重心と運動量保存の法則

質量 $\boldsymbol{m}_1$, $\boldsymbol{m}_2$の物体の座標を $\boldsymbol{x}_1$, $\boldsymbol{x}_2$とする。



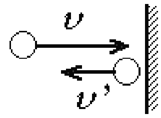
この物体系の重心の座標　　両辺を時間で微分する　　重心の速度

座標→速度

運動量保存の法則 ←→ 重心速度一定の法則

《ｃ》はねかえり係数（反発係数）　（教科書 P.28 ～ 33、問題集 P.125 ～ 134）

壁との衝突におけるはねかえり係数

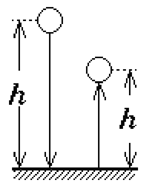


はねかえり係数＝ $\dfrac{\text{衝突後の速さ}}{\text{衝突前の速さ}}$ ＝一定

$$\boxed{e = \frac{|v'|}{|v|} = -\frac{v'}{v}}$$

v, v'は符号を持つ

【問】高さ h のところからボールを床に落とす。１回のはねかえりの後、到達する最高高度を求めよ。はねかえりの係数を e、重力加速度を g とする。



はねかえり係数と高さの関係　$\boxed{h' = \qquad\qquad}$

直線上での２物体の衝突におけるはねかえり係数

はねかえり係数の式

はねかえり係数＝ $\dfrac{\text{衝突後の相対速度}}{\text{衝突前の相対速度}}$ ＝一定

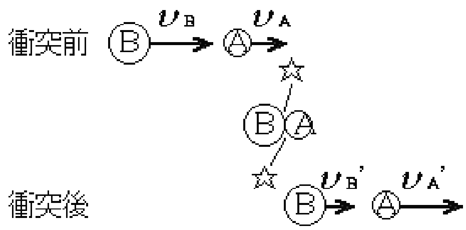
$$\boxed{e = \frac{|v_B' - v_A'|}{|v_B - v_A|} = -\frac{v_B' - v_A'}{v_B - v_A}}$$

注）式中の v はすべて向きの符号を持つ。

はねかえり係数の範囲　$\boxed{\quad \leqq e \leqq \quad}$

e ＝１の場合：$\boxed{\qquad\qquad\qquad}$

e ＝０の場合：$\boxed{\qquad\qquad\qquad}$



【問】２物体Ａ、Ｂが完全弾性衝突する場合、物体Ａから見ていると物体Ｂはどのような運動をしているように見えるか。

はねかえり係数を使う衝突問題の解法の手順

①ベクトル図を描き、**座標軸**を設定する。
②衝突前後の速度を符号付きで書き出す。未定のものは適当な未知数を仮定
③速度の符号に注意して、**運動量保存の法則の式**を書く。
④速度の符号に注意して、**はねかえり係数の式**を書く。
⑤③④の式を**連立方程式**として解き、未知数を求める。

運動量保存の法則 $\boxed{}$

はねかえり係数の式 $\boxed{}$

【問】一直線上を互いに向かい合って、それぞれ3 m/s、1 m/s の速さで進んでいた質量がそれぞれ1 kg、2 kg の2物体A、Bが衝突した。はねかえり係数を 0.8 として、衝突後、両物体の進む向きと速さを求めよ。

【問】質量が共に $\boldsymbol{m}$ で等しい2球A，Bが、直線上をそれぞれ $\boldsymbol{v}_A$、$\boldsymbol{v}_B$ の速度で運動していて完全弾性衝突をした。衝突後の両球の速度を求めよ。

【問】上の問題をはねかえり係数を一般的に $\boldsymbol{e}$ として解け。結果が $\boldsymbol{e}=1$、$\boldsymbol{e}=0$ の極端条件のもとで事実と一致するか確認せよ。

衝突現象では、弾性衝突($\boldsymbol{e}$=1)の場合を除き、力学的エネルギーは減少する。