２５㎝の振り子

北里大学　山本明利

　単振り子の周期Tは、重力加速度をg、振り子の長さをLとして、

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \cdots\cdots(1)$$

である。当然ながら重力がなければ単振り子は振れない。一方、ばね振り子の周期Tは、ばね定数をk、おもりの質量をmとして、

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \cdots\cdots(2)$$

である。こちらは重力に関係なく定まるので、宇宙船内での体重測定に使われたりもする。水平でも、鉛直でも、斜面上でも周期は同じになる。しかし、鉛直ばね振り子の場合、静止時のばねの伸びをdとすると、つり合いの条件は　$kd=mg$　となるから、ここからkを求めて代入すると、式(2)は

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g}} \quad \cdots\cdots(3)$$

と変形することができて、式(1)と同じ形になる。よく高校物理の演習問題で見かけるパターンである。次元解析で考えれば平方根内の分母にgが入れば、分子は長さの次元にならざるをえないので、当然の結果とも言える。

　それでは浮き振り子はどうだろう。断面積Sが一定の細長い管の底部におもりを入れ、全体の質量をmとする。これを密度ρの液体に浮かべたときにdだけ沈んでつりあうものとすると、つり合いの式は　$\rho Sdg=mg$　である。つり合いの位置から上にxだけ変位したときの運動方程式は粘性抵抗を考慮しなければ

$$ma = \rho S(d-x)g - mg$$

と書けるが、上記つり合いの条件を考慮して整理すると上式は

$$ma = -\rho Sgx$$

となるから、この浮き振り子の周期Tは

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho Sg}} \quad \cdots\cdots(4)$$

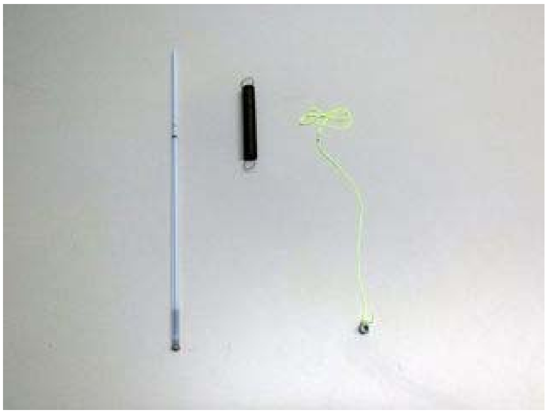
と求まる。さらに前記のつり合いの条件を用いると、式(4)は

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g}} \quad \cdots\cdots(5)$$

と書くことができて、式(1)、(3)と同じになる。これも次元を考えれば納得ができる。面白いことに式(5)は液体の種類によらない。

要するに、重力のもとで触れる振り子の周期はたいがい式(1)、(3)、(5)のような形になる。重力とのつり合いの条件に現れるような特徴的な長さが周期を支配している。

例えば単振り子では、糸の長さ L を 25cm とするとき、周期が T=1.0s となることはよく知られている。上の考察に従えば、つり合いの状態で 25cm のびている鉛直ばね振り子の周期 T も 1.0s となるし、つり合いの状態で 25cm 沈んでいる浮き振り子の周期 T も 1.0s となるのである。このことは実際に実験してみれば確かめることができる。



糸に適当なおもりを結びつけ 25cm の長さにした単振り子、引きばねと適当なおもり（おもりをつるしたときに 25cm のびるように調整)、長いストローの一端をビスと接着剤で封じた浮き振り子（中に適当なおもりを加えて水に浮かべたときに 25cm だけ沈むように調整）を用意する。これらを同時に振動させて観察すればよい。浮き振り子は水の粘性抵抗により減衰が激しく２周期ぐらいしか振れないが、単振り子やばね振り子にタイミングを合わせるとだいたい等しい周期になっていることがわかる。

そう言われてみると、海や湖に浮いているボートやブイ（浮標）の浮き沈みの固有周期は１秒のオーダーのような気もしてくる。水に浮いているものの水面下に没している部分の深さが 25cm ぐらいなら、浮き沈みの固有周期は１秒ぐらいになるはずである。逆に、このことを知っていると、浮き沈みの固有周期を観察するだけで、水に浮いている物体の水面下の部分の深さを推定することができ、その物体の質量を見積もることさえできるということだ。

水に浮いているものやつるされて揺れているものを見かけたら、そんなつもりで観察してみると新たな視点が開けるかもしれない。「25cm で１秒」は手頃なスケールになるのでぜひ覚えておくとよい。

（2023/10/15　YPC 例会・大船高校にて）