

2023年12月10日(日)  
横浜物理サークル(YPC)  
於:株式会社ナリカ(実験室)

# LOL diagrams

右近修治 東京学芸大学





# 1. エネルギー保存の法則(熱力学第一法則)

「系」のエネルギー

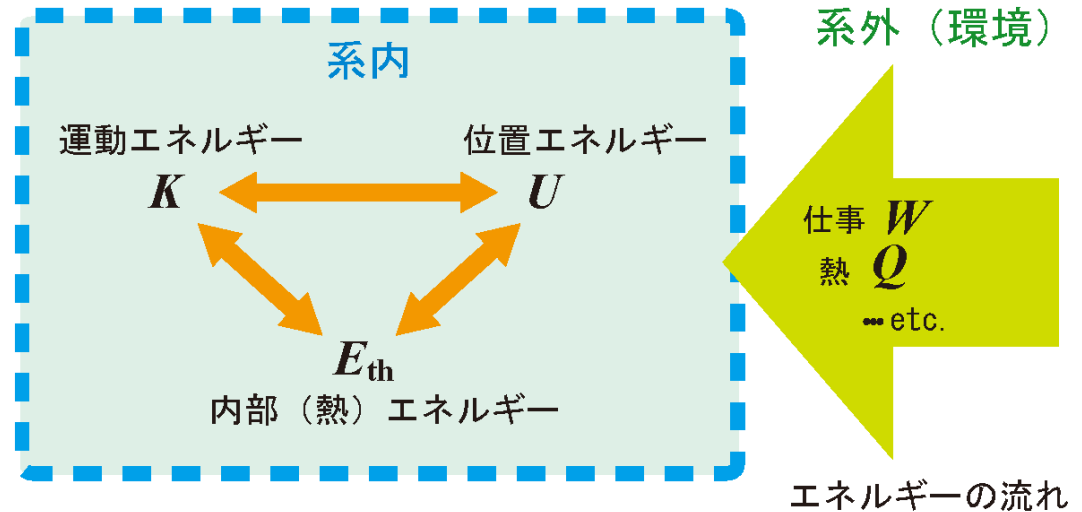
$$E_{sys} = K + U + E_{th}$$

変化量

$$\Delta E_{sys} = \Delta K + \Delta U + \Delta E_{th}$$

系外からの系へのエネルギーの  
流入, 系外への流出(*transfer*)

$W$  仕事,  $Q$  熱



エネルギー保存式

(CEE, *conservation of energy equation, continuity equation for energy*)

$$\Delta E_{sys} = \Sigma T$$

$$\Sigma T = W + Q + \dots$$



## エネルギー保存式(CEE)

$$\Delta E_{sys} = \Sigma T$$

$$\Sigma T = W + Q + T_{MT} + T_{MW} + T_{ER} + T_{ET} \dots$$

$W$  仕事

$Q$  熱

$T_{MT}$  系内への物質の入出流に伴うエネルギーの入出流(*matter transfer*)

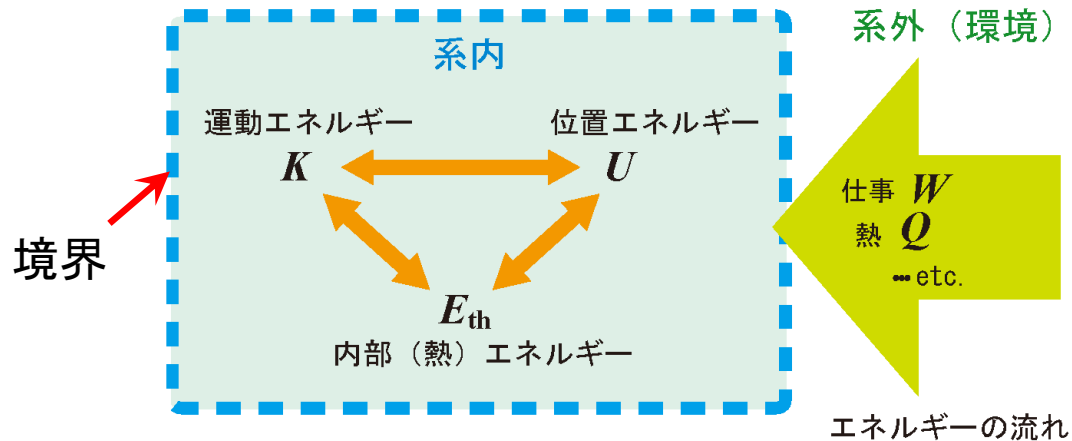
$T_{MW}$  系内への力学的波動の入出流に伴うエネルギーの入出流(*mechanical waves*)  
音波, 地震波, ...

$T_{ER}$  系内への電磁波の入出流に伴うエネルギーの入出流(*elctromagnetic radiation*), 光, マイクロ波, ...

$T_{ET}$  系内への送電に伴うエネルギーの入出流(*electrical transmission*)



## エネルギー保存式適用に向けて



CEE はどのように系を選択しても成り立つが、系を確定し、系と系外(環境)を仕切る「境界」が定義されなければ具体的に立式できない。

$$\Delta E_{sys} = W + Q + T_{MT} + T_{MW} + T_{ER} + T_{ET} \dots$$



## 壁を押す

スケーターがリンクの壁を押して速度 $v_{com}$ を得る。

COM:  $\Delta K_{com} = F d_{com}$  (擬仕事)

$$\Delta K_{com} = \frac{1}{2} M v_{com}^2$$

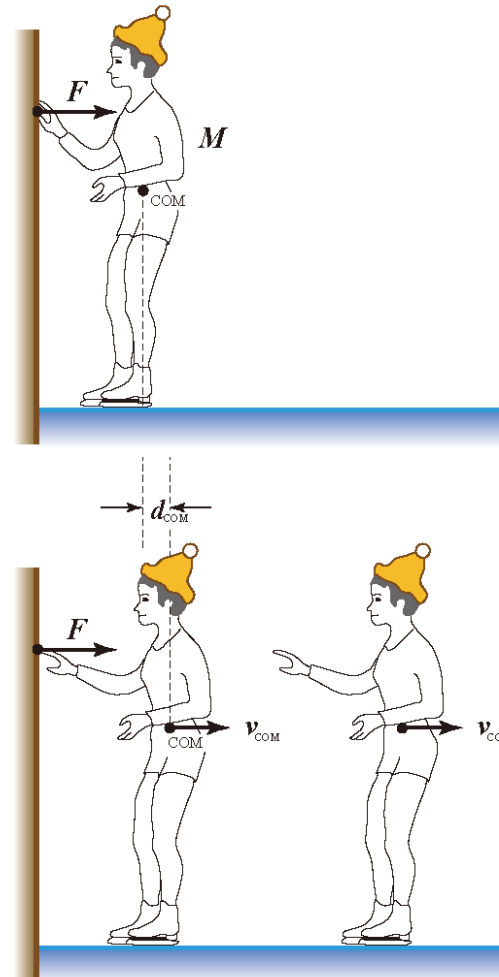
CEE:  $\Delta K_{com} + \Delta K_{arm} + \Delta E_{chem} = 0$

$$\Delta K_{com} = -(\Delta K_{arm} + \Delta E_{chem} \dots)$$

$\Delta K_{arm}$  : 腕部分の運動エネルギーの変化量

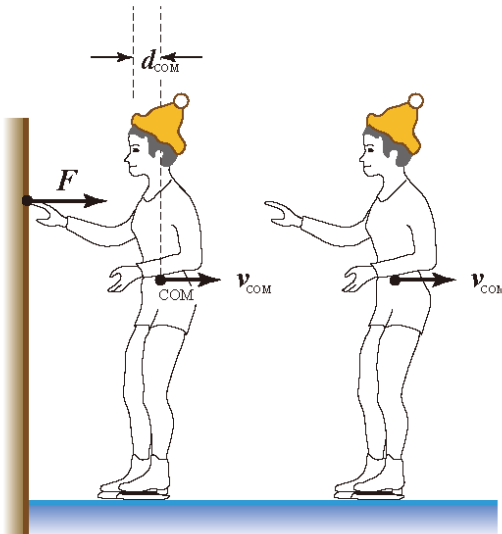
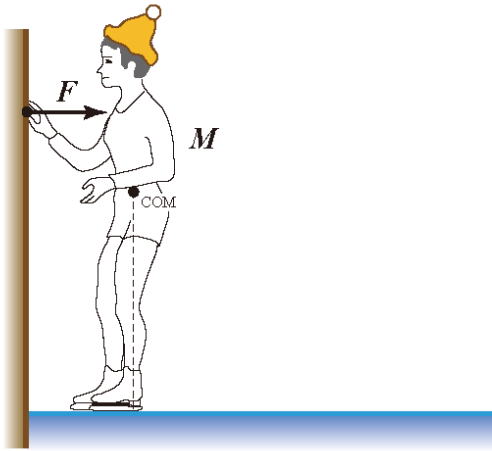
$\Delta E_{chem}$  : 生体内の化学エネルギーの変化量

CEEからは $\Delta K_{com}$ を求めることができない。それでは運動エネルギー-擬仕事の関係に頼るしかないのか？





スケーターがリンクの壁を押して速度 $v_{com}$ を得る。



$$\text{MI: } Mv_{com} - 0 = F\Delta t$$

$$v_{avg} = \frac{v_{com}}{2} \quad \Delta t = \frac{d_{com}}{v_{avg}} = \frac{2d_{com}}{v_{com}}$$

$$Mv_{com} - 0 = F \frac{2d_{com}}{v_{com}}$$

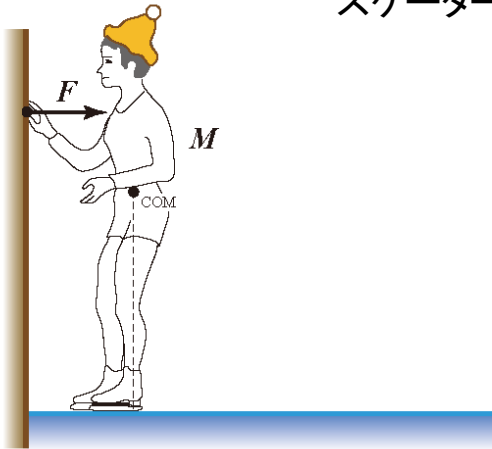
$$\rightarrow \frac{1}{2}Mv_{com}^2 = Fd_{com}$$

- 基本的に運動方程式 (MI) の問題である。運動エネルギー擬仕事 (*pseudowork*) の関係は必要ない。
- 概念的な混乱を生じさせる運動エネルギー擬仕事 (*pseudowork*) の関係は排除した方が良い。

(John W. Jewett Jr., *Phys. Teach.*, 46, 210-217(2008), 西尾信一, 物理教育通信, 169, 58-61(2017))



スケーターがリンクの壁を押して速度 $v_{com}$ を得る。

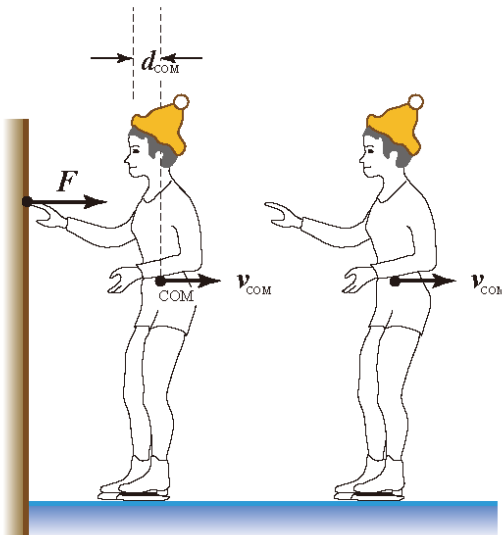


$$\text{MI: } \frac{1}{2} M v_{com}^2 = F d_{com}$$

$$\text{CEE: } \Delta K_{com} = -(\Delta K_{arm} + \Delta E_{chem} \dots)$$



$$\Delta E_{chem} = -\frac{1}{2} M v_{com}^2 - \Delta K_{arm}$$



- 運動方程式 (MI) とエネルギー保存式 (CEE) を連立させることにより、多くの情報を引き出すことができる。



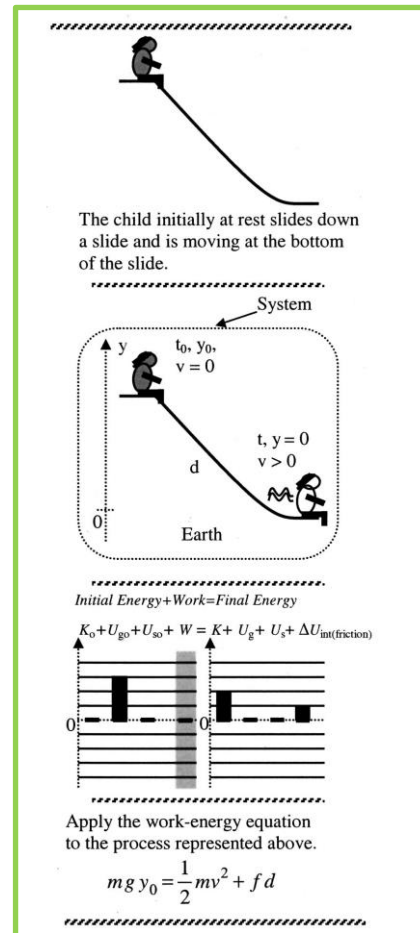
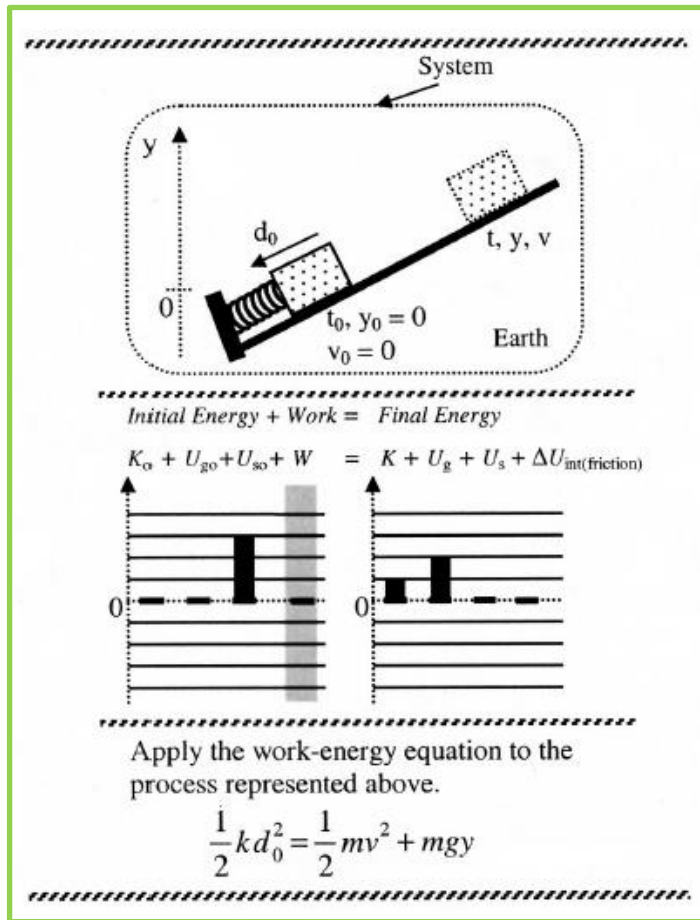
## エネルギーとは何か

- 「運動エネルギーと仕事」の関係ではなく、熱力学第一法則としての「エネルギー保存の法則」(CEE)が出発点である。
- 「系」と「モデル」を確定しない限り「エネルギー保存式(CEE)」を伝えることはできないし、「エネルギー保存の法則」を概念的に理解させることはできない。
- 「運動エネルギーと仕事の関係(COM)」はCEEの特殊な例というよりも、「運動量と力積の関係(MI)」を式変形したものである。基本法則として「運動方程式(MI)」と「エネルギー保存式(CEE)」があれば COM はいらない。
- エネルギーとは何か。
  - 「仕事をする能力」では不十分である。系内のエネルギーは系外へ、仕事以外、熱、物質の移動、光、・・・様々な形態を取って流出するし、流入もする。
  - いまだ未知である形態のエネルギーの流れをも含めて、「エネルギーは保存される」。そのような量をエネルギーと呼んでいる。
  - 「系」と「系外」とのあいだでエネルギーの流出入(*transfer*)があつたり、系内でのエネルギーの変換(*transformation*)があつたりすれば、そこに物理的変化が生じる。エネルギーの*transfer*と*transformation*がない世界は死の世界である(オストヴァルト「宇宙の熱死」)。
  - エネルギーは、物体が他の物体と相互作用することによって生じる変化の尺度(*measure*)である
  - 力学系に限れば「エネルギーは仕事をする能力」で間違いにはならないが、「仕事はエネルギーの流出入」なので循環した定義である。





## 2. 多重表現の活用・エネルギーバーチャート



- 力についての物理的図解として、フリーボディダイアグラムが有効であることが知られている。「仕事とエネルギー」において、これに相当するものはバーチャートである (Heuvelen, Zou(2001))



## 参考. 物理教育における多様表現・多重表現の活用

物理は情報を伝えたり, 学生が物理の概念を獲得することを助けるために多様な表現 (Representations) を用いる。特に異なる表現を同時に提示する—多重表現 (Multiple Representations)—ことにより, より深い理解に到達することができる。

- 多様表現 (Representations)  
文章, 発話, 数式, 図式, 図解, 概念図, 組織図, 写真, グラフ, 表
- 多重表現 (Multiple Representations) の3つの機能 (Ainsworth (2006))
  1. 複数の多様表現を活用することにより, これらが互いに補間し合って情報をより正確に伝えることができる (Complementary Roles)。
  2. 異なる表現を同時に提示することにより, 解釈を絞ることができるようになる (Constrain Interpretation)。
  3. より深い理解に到達することができる (Construct Deeper Understanding)。

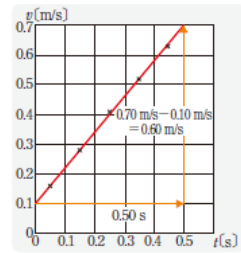
Ainsworth, S.E. Learning and Instruction 16, 183–198 (2006).

右近修治, 物理教育における多様表現の活用, 青山学院大学\_教職研究\_第6号, 2020年



■ 異なる多様表現(Representations)・・・発話, 文章, 数式表現, 図解, 表, グラフ, 概念地図, 筆記ノート, ハイライト, 線引き, 等々)は相互に補い合って概念を構成する。Ainsworth (2014)

- それぞれの表現が, 同じ情報に対して質的に異なる側面を表している
- 同じ情報を別々の表現で説明している
- 例: 加速度を説明する様々な表現



時刻 $t$ (s)	0	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
位置 $x$ (mm)	0	16	44	85	137	200
変位 $\Delta x$ (mm)		①	②	③	④	⑤
速度 $v$ (m/s)		⑥	⑦	⑧	⑨	⑩

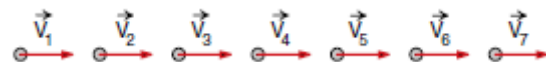


Figure 17  
Motion with constant velocity.

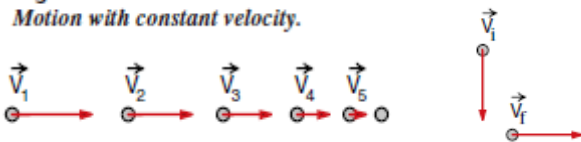


Figure 18a  
Put on the brakes, and your velocity changes.

$$\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} \quad \bar{a}_3 \equiv \frac{\Delta \bar{v}_{23}}{\Delta t} = \frac{\bar{v}_3 - \bar{v}_2}{\Delta t}$$

$$\bar{a}_2 = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{\Delta t} = \frac{(\bar{S}_1/\Delta t) - (\bar{S}_2/\Delta t)}{\Delta t} \quad \bar{a}_2 = \frac{\bar{S}_2 - \bar{S}_1}{\Delta t^2}$$

加速度 速度  $v$  は一般に時間の関数であるが, これを時間の  $t$  を加速度 (acceleration) という。すなわち, 加速度  $a$  は  $a = \dot{v} = \ddot{r} = (\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$

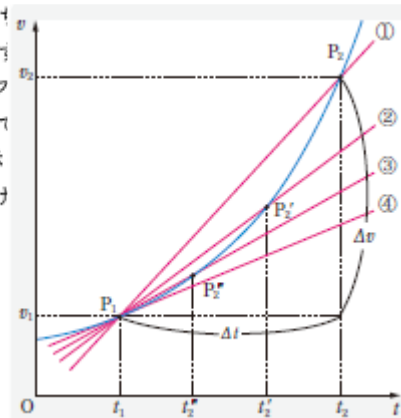
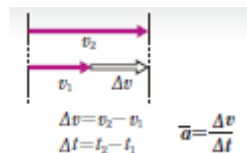
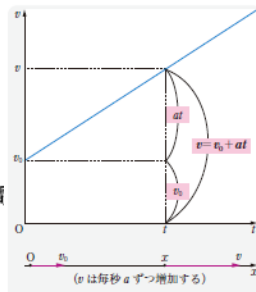
運動の方程式をおしひろめていく上に, 次にやるべきことは, 速度という概念をこえて速度の変化という概念にいたる考えを導入することである。そして“速度はどう変わるか?”ということを問題とする。前の章で, 力が速度変化を生ずるという場合について論じた。止まっているところから動き出して, 10秒フラットで時速60マイルになる自動車の話をきいて, これはすばらしい車だと思ったことがあるだろう。このようなあらわし方で, 速さがどんなにはやく変化するかをわ

かるのだが, これは平均の話である。そこでもう一段立ち上がりの速さがどのくらいはやく変化しているかということの問題にすれば, 速度の変化は1秒たつごとに, 1秒について何フット毎秒毎秒であるかということになることは前に求め, 表8-4に示るのは, 1秒間に速度がどれだけを加速度という。

表 8-4 落ちるタマの速度

$t$ (秒)	$v$ (フィート/秒)
0	0
1	32
2	64
3	96
4	128

$v = v_0 + at$   
 $x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$   
 $v^2 - v_0^2 = 2ax$   
 $a = \frac{v - v_0}{t - 0}$





日本物理教育学会主催 「物理教育」レクチャーシリーズ 第3回  
右近修治, 物理教育と多様表現, 2023年9月

YouTube <https://www.youtube.com/watch?v=ZHefclTOFbc&t=0s>





# 3. Active Learning Guide 多重表現を活用するワークシート集

■ Alan Van Heuvelen, Eugenia Etkina, Active Learning Guide, Addison Wesley, 2006

### 6.2 Conceptual Reasoning

#### Reasoning Skills: Constructing a Work-Energy Bar Chart

Qualitative work-energy bar charts provide a concrete way to represent work-energy processes and to reason qualitatively about them. In a bar chart, each type of energy initially in the system is represented by a bar, as are the final energies of the system. If an external object does work on the system, then there is a nonzero work bar. The place marker for the work bar is shaded to indicate that it is not a type of energy but is instead a process involving an interaction between a system object and an object outside the system.

To learn how to represent a situation with a bar chart, follow the steps in the order indicated in the sketch. We illustrate how to draw a bar chart for the following process: a compressed spring pushes against a car at the bottom of an inclined plane, causing the car to shoot up the inclined plane. In the final situation, the spring is relaxed. Note that  $U_g$  = gravitational potential energy,  $U_s$  = elastic potential energy, and  $U_{int}$  = internal energy.

1. Make initial-final sketches.
2. Choose a system.
3. Use initial-state sketch to choose bars for initial energies:
  - Spring compressed
4. Use final-state sketch to choose bars for final energies:
  - Car moving
  - Car position elevated
5. Decide if work is done by an external object.

Now examine the height of the bars on the bar chart for the initial and final states of the system. How can you explain that the length of the  $U_s$  bar is equal to the sum of the lengths of the  $K_f$  and  $U_{gf}$  bars?

6-22 CHAPTER SIX WORK AND ENERGY

### 6.2.1 Represent and reason

Fill in the table that follows.

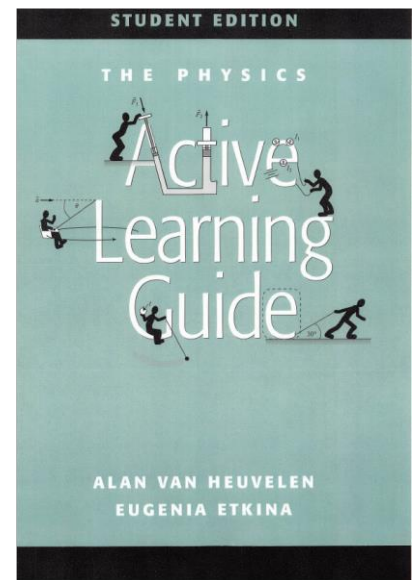
Experiment: Description of system and process	Draw a sketch showing initial and final states.	Construct a qualitative work-energy bar chart.																																
<p>■ A rope pulls a skier, initially at rest, up a hill. <i>Initial state:</i> A skier is at rest at the bottom of the hill. <i>Final state:</i> The skier is moving at moderate speed at the top of the hill. <i>System:</i> Includes the skier, rope, and Earth but excludes the motor that pulls the rope up the hill. Ignore friction.</p>		<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>K_i</math></th> <th><math>U_{gs}</math></th> <th><math>U_{gs}</math></th> <th><math>W</math></th> <th><math>K_f</math></th> <th><math>U_{gf}</math></th> <th><math>U_{gf}</math></th> <th><math>\Delta U_{int}</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>+</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>0</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>-</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	$K_i$	$U_{gs}$	$U_{gs}$	$W$	$K_f$	$U_{gf}$	$U_{gf}$	$\Delta U_{int}$	+								0								-							
$K_i$	$U_{gs}$	$U_{gs}$	$W$	$K_f$	$U_{gf}$	$U_{gf}$	$\Delta U_{int}$																											
+																																		
0																																		
-																																		

### 6.2.2 Bar-chart jeopardy

In the table that follows, describe in words and then sketch a process (the system, its initial and final states, and any work done on the system) that is consistent with the qualitative work-energy bar chart shown below.

Bar chart for a process	Describe in words one possible consistent process.	Sketch the process just described.

CHAPTER SIX WORK AND ENERGY 6-23





# Active Learning Guide 多様表現を活用するワークシート集

**1. Make initial-final sketches.**

**2. Choose a system.**

**Initial state**  $y$  **Final state**

$y_i = 0$   
 $v_i = 0$

$x_i < 0$ , spring compressed

Earth

$x_f = 0$ , spring relaxed

Earth

$\mu = 0$

**3. Use initial-state sketch to choose bars for initial energies:**

- Spring compressed

$K_i$   $U_{gi}$   $U_{si}$   $W$   $K_f$   $U_{gf}$   $U_{sf}$   $\Delta U_{int}$

$v_i > 0$   
 $y_f > 0$

**4. Use final-state sketch to choose bars for final energies:**

- Car moving
- Car position elevated

**5. Decide if work is done by an external object.**

**Bar chart**



# Active Learning Guide 多様表現を活用するワークシート集

## 6.2.1 Represent and reason Fill in the table that follows.

実験：状況と系に関する説明

■スキー場で、静止しているスキーヤーをロープで上の平坦な丘まで引き上げる。

初めの状態：スキーヤーは丘の麓で静止している。

終わりの状態：スキーヤーは丘の上で適度な速さで滑っている。

系：スキーヤーと地球。ロープを引くモーターは系外である。摩擦は無視する。

■ Draw a sketch showing initial and final states.

■ Construct a qualitative work–energy bar chart.

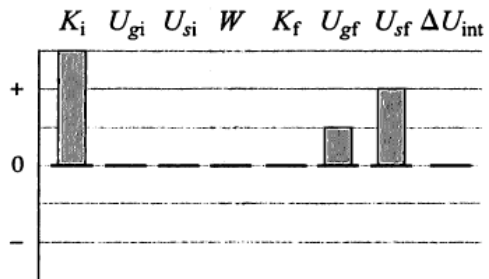
	$K_i$	$U_{gi}$	$U_{si}$	$W$	$K_f$	$U_{gf}$	$U_{sf}$	$\Delta U_{int}$
+								
0								
-								



## Active Learning Guide 多様表現を活用するワークシート集

**6.22 バーチャート ジョパディ** 下の仕事-エネルギーバーチャートで表わされている状況（系、初めと終わりの状態、系になされた仕事）を下の該当箇所に言葉で説明せよ。いろいろ異なる状況あり得る。

■ Bar chart for a process



■ Describe in words one possible consistent process.

■ Sketch the process just described.



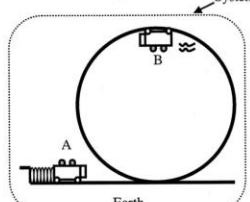


## 4. 多重表現・バーチャート有効性の評価

- オハイオ州立大学(OSU)工学部1年生微積分力学コース優秀クラス1年生67名対象(1997年秋~1998年冬)
- 多重表現・バーチャートを活用した力学コース終了後にバーチャート, 多様表現それぞれについて有効か, そうでないかを理由と共に答える自由記述アンケート
- 92%がバーチャートの有効性を評価
  - 「大変役立った, いったい何が起きているのかが視覚的に表現されるので, 容易に立式することができた」
  - 「エネルギーバーチャートはそれぞれの問題の方向性を示してくれるので, 非常に役立った。それぞれの異なる状態でのエネルギーが使われるのか目で確かめることができるし, 個々のどのエネルギーの関係式を使えばよいのかがすぐにわかる」等々
- 84%が多重表現の有効性を評価
  - 「問題を異なる方法で様々な形に表現することは, 問題の背後に横たわる基本原理を深く理解する上で, 大変役立った。問題を一つの視点からだけしか見ないことは, 概念的知識を1次元に限定してしまうようなものだ。多重表現は概念のすべての側面を見せてくれる」等々

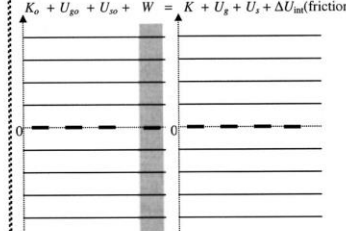
**Loop-the-Loop**

A 500-kg cart, including the passengers, is initially at rest. When the spring is released, the cart is launched for a trip around the loop-the-loop whose radius is 10 m. Determine the distance the spring of force constant 68,000 N/m must be compressed in order that the cart's speed at the top of the loop is 12 m/s. Ignore friction. Assume that  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



(a) Construct a qualitative work-energy bar chart for the process at the left.

*Initial Energy + Work = Final Energy*

$$K_o + U_{g_o} + U_{s_o} + W = K + U_g + U_s + \Delta U_{m(\text{friction})}$$


(b) Use the work-energy bar chart to help construct the work-energy equation for this process.

---

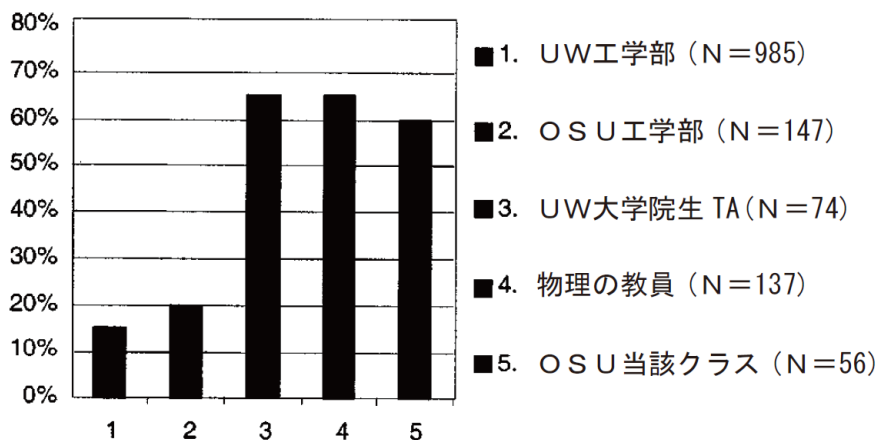
(c) Rearrange the above to determine the unknown distance that the spring must be compressed.

(d) Evaluation

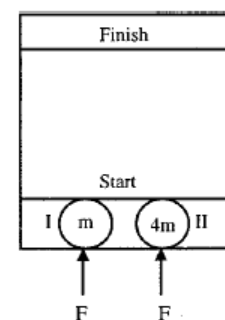
- Does the answer have the correct units?
- Does the answer seem reasonable?
- How would the answer differ if the loop has a smaller radius? Does this agree with the equation in part (c)?



## バーチャートを活用したクラスの達成度



The diagram depicts two pucks on a frictionless table. Puck II is four times as massive as puck I. Starting from rest, the pucks are pushed across the table by two equal forces. Which puck has the greater kinetic energy upon reaching the finish line? Explain your reasoning.



McDermott(1)の調査問題

- McDermott(1)の調査問題を利用
  - I, IIに同じ大きさの力Fを加え, 同じ距離押し続けたとき, ゴールラインに達したときのそれぞれの運動エネルギーの大小関係を問う
- 1.ワシントン大学(UW), 2.オハイオ州立大学(OSU)微分積分力学コース終了後
- 4. は全米チュートリアルワークショップに参加した物理教員の正答率である。
- 5.OSU工学部1年生微積分力学コース(バーチャート活用クラス)終了後は通過率60%

(1)T. O'Brien Pride, S. Vokos, and L. C. McDermott, "The challenge of matching learning assessments to teaching goals: An example from the work-energy and impulse-momentum theorems," Am. J. Phys. 66, 147-157, 1998



## 5. LOL diagrams

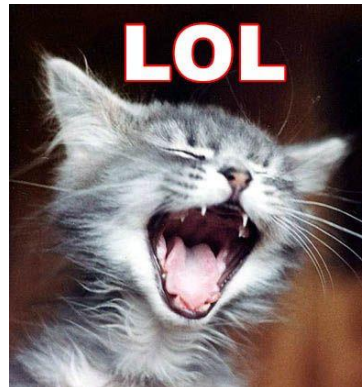
- LOL diagrams とは
  - 選択している系, 系の最初の状態, 後の状態に着目させる記入フォームLOLを提供。
  - 仕事が系外からのエネルギーの流入であることを視覚化させる。
  - 系選択の違いによりLOL diagramsが異なることを認識させる。
  - 「エネルギーバーチャート」の利点を直接継承している。

Kelly O'Shea, "Energy Bar Charts (LOL Diagrams),"

Physics! Blog! <https://kellyoshea.blog/2012/03/05/energy-bar-charts-lol-diagrams/>



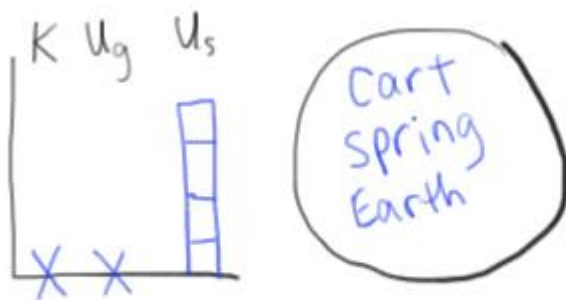
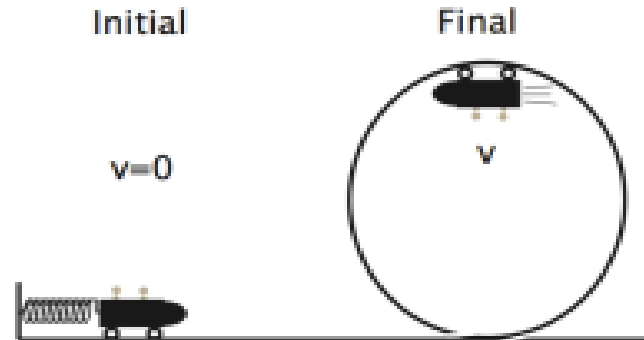
Kelly O'Shea氏はニューヨークの高校で物理を教える先生





## LOL diagrams

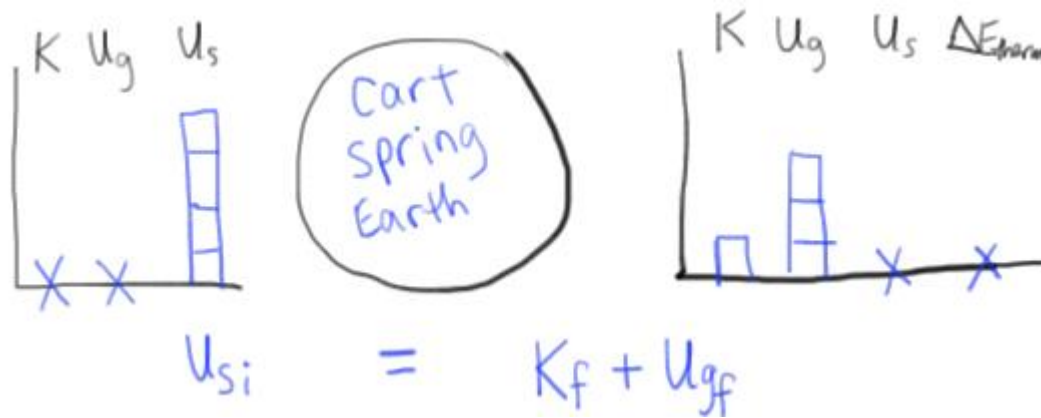
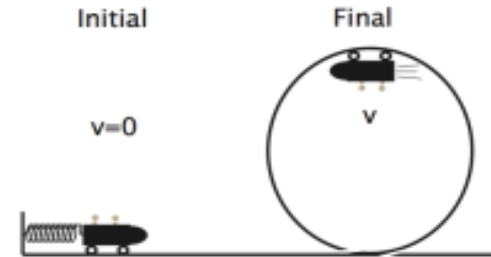
- ばねで台車をループコースターに向けて発射し、台車のループ最高点における速さを求める。



- 台車, ばね, 地球系を選択
- K: 台車の運動エネルギー, Ug: 台車の重力による位置エネルギー, Us: ばねの弾性力による位置エネルギー,  $\Delta E_{therm}$ : 内部エネルギーの増加量



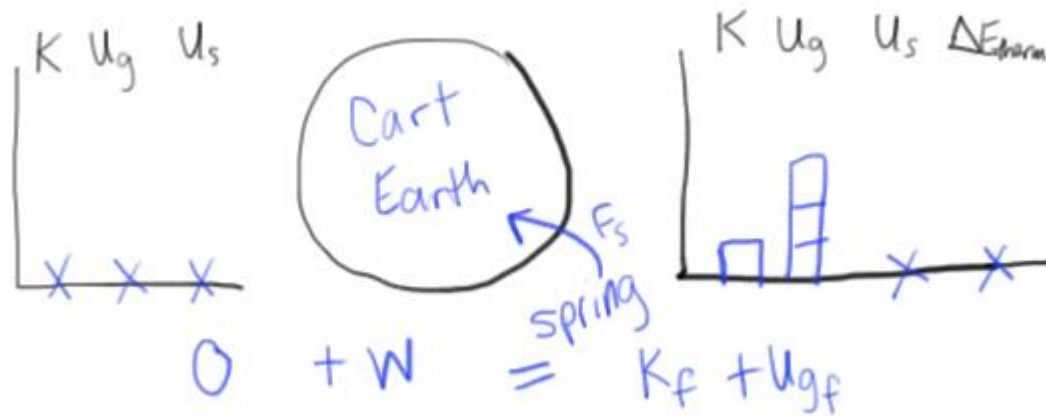
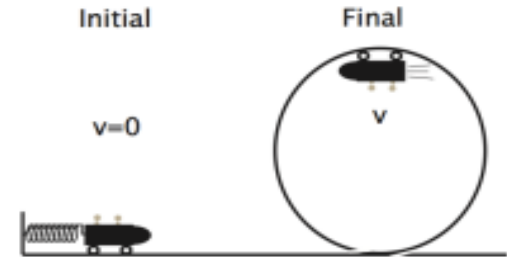
## LOL diagrams



- エネルギー保存式を書く
  - 添え字i:初めの状態, 添え字f:後の状態



# LOL diagrams

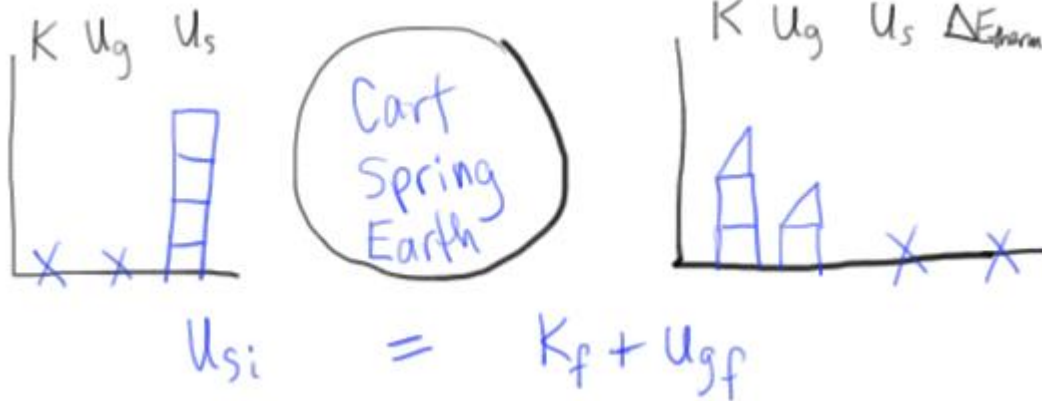
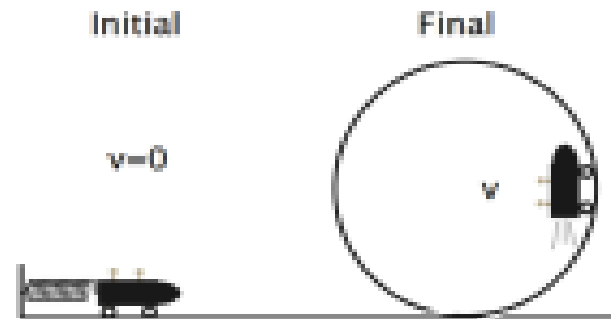


- 台車, 地球系を選択し, エネルギー保存式を書く
- 台車は系外にあるばねから仕事をされる



## LOL diagrams

- ばねで台車をループコースターに向けて発射し、台車がループの中間点に来た時の速さはどうなるかを考える。



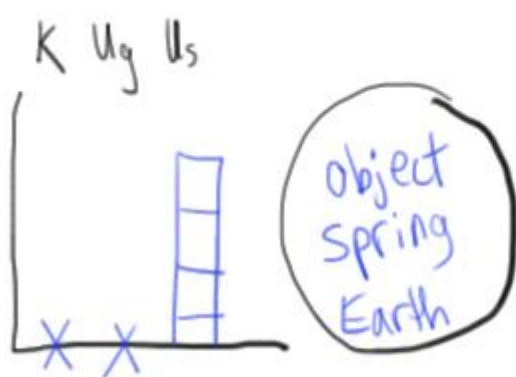
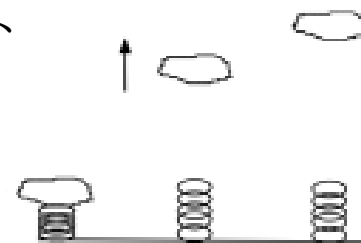
- 台車, ばね, 地球系を選択しエネルギー保存式を記入
- 最高点に達したときとの違いを認識させる



## LOL diagrams

- LOL diagrams はLOLL, LOLOLL等, 複数のスナップショットに拡張できる。

- ばねを押し縮め, 物体を鉛直に打ち出す。



$$U_{s,i} = K_f + U_{g,f} \quad \text{or}$$



$$U_{s,i} = U_{g,f} \quad \text{or}$$



$$K_i + U_{g,i} = U_{g,f}$$

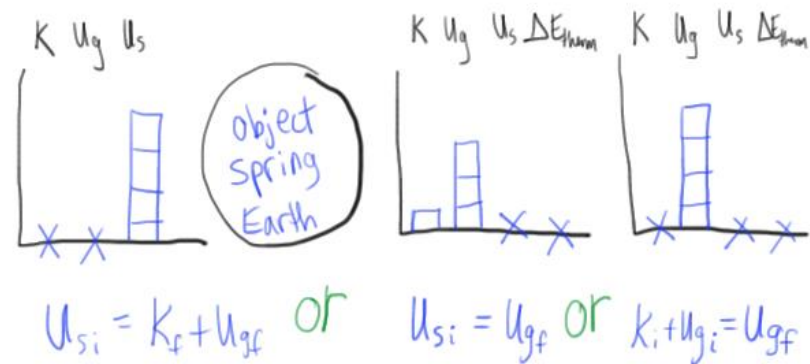




## LOL diagrams

### ■ LOL diagrams のさらなる工夫

- エネルギーバーチャートの棒の長さは大切(初めと終わりで各エネルギーおよび仕事(正負あり)の長さの合計が等しい)だが, 生徒はこの点を意識してくれなかった →バーをブロックに分けて記入するようにし, ブロックの個数に意味があることを認識させた。



- 必要ない箇所に×をつけることで, 考慮したことを示すことにした。



## 「SUPER(Student-centered Understanding based on PER)入門力学」

[https://storage.tcu.ac.jp/public/LUYowh3IZx499NgXfPaJLwYfa9\\_hX5upoOpnPxz\\_sFvf](https://storage.tcu.ac.jp/public/LUYowh3IZx499NgXfPaJLwYfa9_hX5upoOpnPxz_sFvf)

パスワード : SuperPhys\*





「エネルギー保存則」どう教えるか 右近修治, 物理教育通信, 2021 年 186 巻 p. 20-43

J-STAGE よりダウンロード可

[https://www.jstage.jst.go.jp/article/apej/186/0/186\\_20/\\_article/-char/ja/](https://www.jstage.jst.go.jp/article/apej/186/0/186_20/_article/-char/ja/)





Ruth Chabay; Bruce Sherwood; Aaron Titus

**A unified, contemporary approach to teaching energy in introductory physics**

Am. J. Phys. 87, 504–509 (2019)

**AAPT よりダウンロード可**

<https://pubs.aip.org/aapt/ajp/article/87/7/504/1044601/A-unified-contemporary-approach-to-teaching-energy>

