

## 生徒実験：円運動の向心力

### 【1】目的

等速円運動における向心力が、半径や周期とどのような関係にあるかを調べ、向心力についての理解を深める。

### 【2】原理

半径  $r$  の円周上を等速円運動する物体の加速度ベクトルは、つねに円の中心を向き、その大きさは角速度を  $\omega$  とすると

$$a = r\omega^2 \quad \dots\dots(1)$$

となっている。したがってこの物体の質量を  $m$  とすると、運動の法則から、この物体には

$$F = m r \omega^2 \quad \dots\dots(2)$$

という大きさの力が、つねに円の中心に向かってはたらいていることになる。これが物体を円運動させる力で、向心力と呼ぶ。

右図のような装置で糸につけた回転体(質量  $m$ ) を回転させるときには、回転体にはたらく重力  $mg$  と糸の張力  $S$  の合力  $F$  が円運動の向心力となっている。糸とガラス管の間の摩擦を無視すれば、糸の張力はおもりに対してはたらく重力  $Mg$  に等しいので、

$$F = \sqrt{(Mg)^2 - (mg)^2} = \sqrt{M^2 - m^2} \cdot g \quad \dots\dots(3)$$

である。一方、ガラス管の先から回転体までの距離を  $l$  とすると、回転半径  $r$  は  $l : r = S : F$  の関係から

$$r = \frac{F}{S} l = \frac{\sqrt{M^2 - m^2}}{M} \cdot l \quad \dots\dots(4)$$

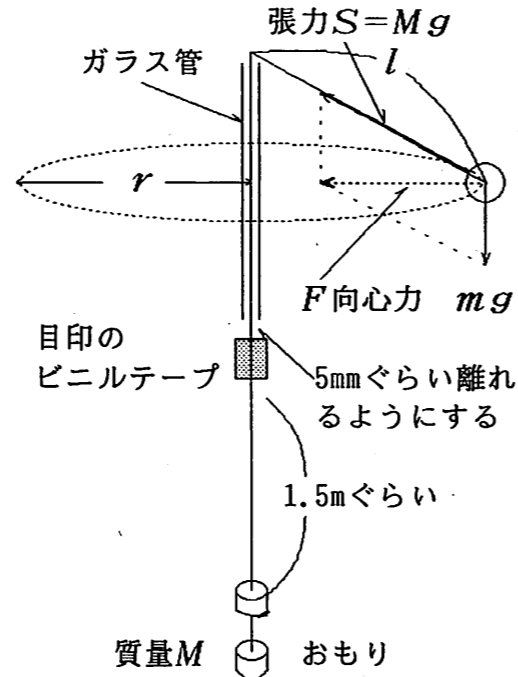
と表される。(3)、(4)を(2)に代入して整理すると、

$$\omega^2 = \frac{F}{mr} = \frac{Mg}{ml} \quad \dots\dots(5)$$

を得る。円運動の周期を  $T$  とすれば  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  であるから、(5)より

$$\frac{1}{T^2} = \frac{g}{4\pi^2 m} \cdot \frac{M}{l} \quad \dots\dots(6)$$

となる。実験によって(6)が成り立つことを示し、向心力が(2)で与えられることを確かめる。



### 【3】器具

回転体(ゴム栓)、ナイロンテグス、ガラス管、おもり(4個)、ものさし、ビニルテープ(共用)、デジタルスケール(共用)、時計(各個人の腕時計)

### 【4】作業

- ① 回転体の質量  $m$  をデジタルスケールで測定する。
- ② 回転体の重心(およそ中央でよい)からガラス管の上端までの長さ  $l$  が  $0.50$  [m] となるように、目印のビニルテープを図のようにとりつける。
- ③ おもりを1個ずつをデジタルスケールにのせて質量を測る。最初は  $M$  が約  $20$  [g] になるようにおもりの個数を選ぶ。
- ④ おもりを糸の下端に下げ、ガラス管を持って回転体が水平に回るように回転させる。目印のビニルテープがガラス管の下  $5$  [mm] ぐらいのところまで静止するように回転数を調節しながら回転させる。回し方が成否の決め手となるのでよく練習すること。
- ★ ビニルテープがガラス管に接触したり、位置がずれたりしないように注意する。
- ⑤ 安定して回せるようになったら、計測係は  $20$  回転するのに要する時間を測定する。同じ測定を3回ずつ行い、平均をとる。
- ★ 回転数の数え方に注意すること。時間を測り始める瞬間は「0回」である。これを「1回」としないように注意する。
- ⑥ 計測後、 $l$  を再び測定し、目印のテープがずれていないことを確かめる。ずれていれば正しく設定し直し、⑤の計測をやり直す。
- ⑦ おもりの質量  $M$  を  $40, 60, 80$  [g] として⑥の計測を行う。
- ⑧  $l = 1.0$  [m] として②以下の作業をくり返す。
- ⑨ 測定結果を次ページの表にまとめる。

### 【5】考察

- ① グラフ用紙の横軸におもりの質量  $M$ 、縦軸に周期の自乗の逆数  $1/T^2$  をとり、 $l = 0.50$  [m]、 $l = 1.0$  [m] のそれぞれの場合について測定結果をグラフで示せ。
- ②  $m$ 、 $M$ 、 $l$  の測定値をもとに(6)式の右辺の理論値を求め、表に記入するとともに、①のグラフにも重ねて示し、 $1/T^2$  の測定値と比較せよ。
- ③ ②で測定値と理論値に差があれば、その原因を考えよ。
- ④ 上のグラフでは、なぜ縦軸を  $T$  ではなく  $1/T^2$  にとったのだと思うか。
- ⑤  $M = 40$  [g]、 $l = 0.50$  [m] の場合と、 $M = 40$  [g]、 $l = 1.0$  [m] の場合について、周期  $T$  の測定値から角速度  $\omega = 2\pi/T$  を求め、さらに回転体の速さ  $v = r\omega$  と加速度  $a = r\omega^2$ 、および向心力  $F = m r \omega^2$  を計算してみよ。ただし、回転半径  $r$  は(4)式で与えられる。(次ページの表にまとめる。途中計算は別紙に。)



測定結果

回転体の質量  $m =$   [kg] (単位に注意)

$l = 0.50$  [m] のとき

おもりの質量 $M$ [kg]	0.020	0.040	0.060	0.080
測定値	1回目 [s]			
	2回目 [s]			
	3回目 [s]			
	平均値 [s]			
周期 $T$ [s]				
$1/T^2$ [ $1/s^2$ ]				
(6)式の右辺の理論値				

$l = 1.0$  [m] のとき

おもりの質量 $M$ [kg]	0.020	0.040	0.060	0.080
測定値	1回目 [s]			
	2回目 [s]			
	3回目 [s]			
	平均値 [s]			
周期 $T$ [s]				
$1/T^2$ [ $1/s^2$ ]				
(6)式の右辺の理論値				

考察⑤のまとめ

おもりの質量  $M = 0.040$  [kg] について

糸の長さ	$l$ [m]	0.50	1.0	
回転半径	$r$ [m]			←(4)式で求める
周期(測定値)	$T$ [s]			←上記の測定値
角速度	$\omega$ [rad/s]			← $\omega = 2\pi/T$
速さ	$v$ [m/s]			← $v = r\omega$
加速度	$a$ [ $m/s^2$ ]			← $a = r\omega^2 = v\omega$
向心力	$F$ [N]			← $F = mr\omega^2 = ma$

