

## 生徒実験：連結体の運動

### 【1】目的

力学台車を用いた実験を通して、運動の第二法則と、連結体の運動の性質についての理解を深める。

### 【2】原理

運動の第二法則により、物体に力 $F$  [N]を加えたとき生じる加速度 $a$  [m/s<sup>2</sup>]は、物体の質量を $m$  [kg]とすると、方程式

$$ma = F \quad \dots\dots(1)$$

を満たす。これを運動方程式という。

いま、図1のように、質量 $M$  [kg]の台車を水平でなめらかな台の上におき、滑車にかけた軽い糸で質量 $m$  [kg]の分銅と結んで運動させる。摩擦を考えなければ、台車と分銅の運動方程式は、それぞれ進行方向を正として

$$\text{台車について} \quad Ma = T \quad \dots\dots(2)$$

$$\text{分銅について} \quad ma = mg - T \quad \dots\dots(3)$$

となる。ただし、 $a$  [m/s<sup>2</sup>]は両物体の運動の加速度、 $T$  [N]は糸の張力、 $g$  [m/s<sup>2</sup>]は重力加速度である。これらを連立方程式として解くと、

$$\text{加速度} \quad a = \frac{m}{M+m} g \quad \dots\dots(4)$$

$$\text{糸の張力} \quad T = \frac{Mm}{M+m} g \quad \dots\dots(5)$$

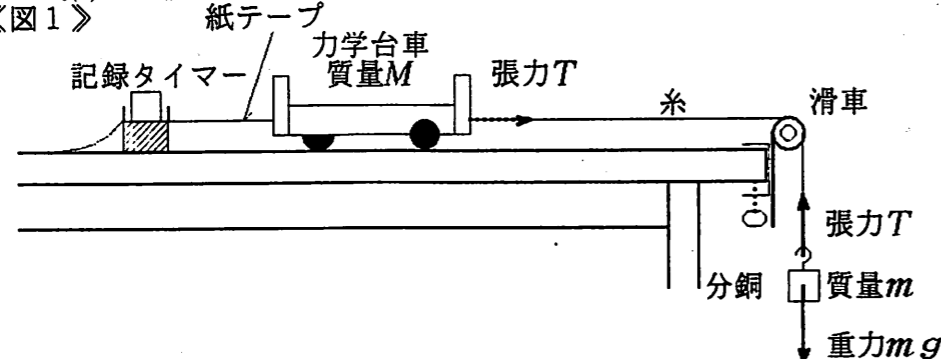
を得る。ここで、糸の張力 $T$ が分銅にはたらく重力 $mg$ に等しくないことに注目しよう。もし、 $T$ が $mg$ に等しいならば式(2)より台車の加速度は

$$a' = \frac{m}{M} g \quad \dots\dots(6)$$

となるはずだが実際にはそうはならない。

記録タイマーを用いて台車の運動を記録し、台車の加速度を実測して式(4)および式(6)と比較すれば、どちらの考え方が妥当であるかが判定できる。

《図1》



### 【3】器具

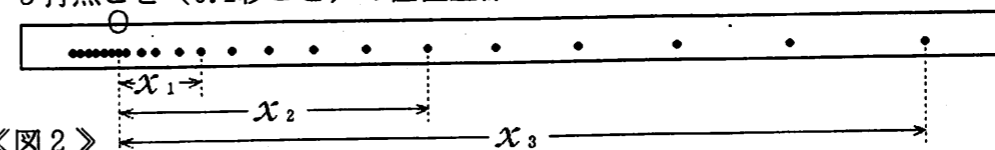
力学台車、記録タイマー、分銅 (100[g]、20[g]×4、10[g]×2)、クランプつき滑車、ものさし、紙テープ、糸、台秤 (共同利用)

### 【4】作業

- ①台車を台秤にのせ、質量 $M$ がちょうど1.0[kg]になるように、手持ちの硬貨をゼロハンテープで貼り付ける。
- ②図1のように実験台のコンセントのある側に記録タイマーを配置し、他端にクランプつき滑車を取りつけ、糸が水平になるように滑車の高さを調節する。
- ③力学台車を実験台の上に置き、紙テープを台車の後ろにゼロハンテープで取

り付けて記録タイマーのガイドに通す。紙テープが水平になるように取り付け位置を調節する。

- ④台車を一瞬手で押して空走させ、手を離れた瞬間にタイマーのスイッチを入れる。走行中は力が加わらないはずなので $T=0$ の場合に相当する。
- ⑤必ず人を配置して台車を受け止める。台車を落とさないように注意！
- ⑥台車のフックに糸を取り付けて滑車にかけ、糸の他端に50[g]分の分銅を下げる。分銅が滑車の直下にくるように台車の位置を調節する。
- ⑦台車を押さえて記録タイマーを起動し、静かに手を放す。分銅が床についたらすぐ台車をおさえ、記録タイマーを止める。台車が滑車に衝突しないように注意する。
- ⑧打点が記録された紙テープに分銅の質量を記録しておく。
- ⑨分銅の質量を100、150、200[g]と変えながら、⑤～⑦の作業をくり返す。
- ⑩分銅を縦に長くつるすと運動距離が短くなるので、一箇所に房状にとりつけるとよい。
- ⑪各テープに記録された打点のうち、はじめの方の打点間隔が小さいところはすべて、5 [cm]くらい走ったところを原点として、5打点ごとに印をつけ、5打点ごと (0.1秒ごと) の位置座標 $x$ を読みとり、表に記入する。

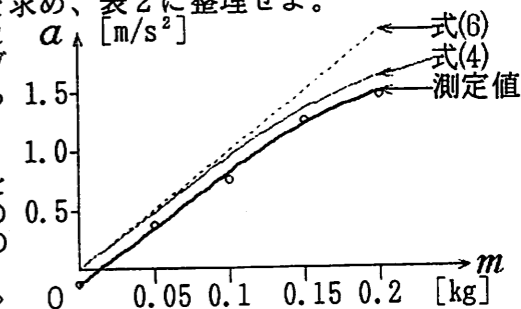


《図2》

### 【5】データ処理

- ①測定値の次々の差 $x_{n+1} - x_n$ を求め、表1に記入せよ。
- ②①の値を1/10秒で割り (10倍する)、さらにメートル単位に直して、各区間の速度 $v$  [m/s]を求め、表1に記入せよ。
- ③②の結果をもとに各回の $v-t$ 図を作れ。
- ④直線は点の分布の中心を通るように引き、決して折れ線にしない。原点を通すことにはこだわらなくてよい。
- ⑤ $v-t$ 図の直線の傾きから加速度 $a$ を求め、表2に整理せよ。
- ⑥横軸に分銅の質量 $m$ 、縦軸に加速度 $a$  [m/s<sup>2</sup>]をとって $a-m$ 図 (図3) を描け。グラフは直線にはならないので、なめらかな曲線で結ぶ。
- ⑦式(4)で求められる加速度 $a$  (理論値) と、式(6)より求められる加速度 $a'$ を計算し、表2に記入せよ。また、⑤の $a-m$ 図に重ねて記入し、測定値との一致を見よ。

《図3》



### 【6】考察

- ①原理に示した連結体の運動方程式の立て方および途中計算を詳しく示し、式(4)、(5)を導け。
- ② $v-t$ 図の直線性は、台車の運動がどのような運動であることを示すか。
- ③ $a-m$ 図からどのようなことがわかるか。
- ④式(6)では $m$ を増せば $a'$ はいくらでも大きくすることができる。その矛盾点を指摘せよ。
- ⑤はじめに分銅をつけずに空走させて測定した意味を考えよ。式(4)の理論値と測定値とにずれがあれば、その原因について考察せよ。
- ⑥各測定において糸の張力は何[N]だったか。分銅が受ける重力 $mg$ とも比較せよ。

# 測定結果

《表1》

$m=0$ [kg] (空走時)				$m=0.050$ [kg]				$m=0.100$ [kg]			
$t$	$x$	$x_{n+1}-x_n$	$v$	$t$	$x$	$x_{n+1}-x_n$	$v$	$t$	$x$	$x_{n+1}-x_n$	$v$
[s]	[cm]	[cm]	[m/s]	[s]	[cm]	[cm]	[m/s]	[s]	[cm]	[cm]	[m/s]
0				0				0			
0.1				0.1				0.1			
0.2				0.2				0.2			
0.3				0.3				0.3			
0.4				0.4				0.4			
0.5				0.5				0.5			
0.6				0.6				0.6			
0.7				0.7				0.7			
0.8				0.8				0.8			
0.9				0.9				0.9			
1.0				1.0				1.0			

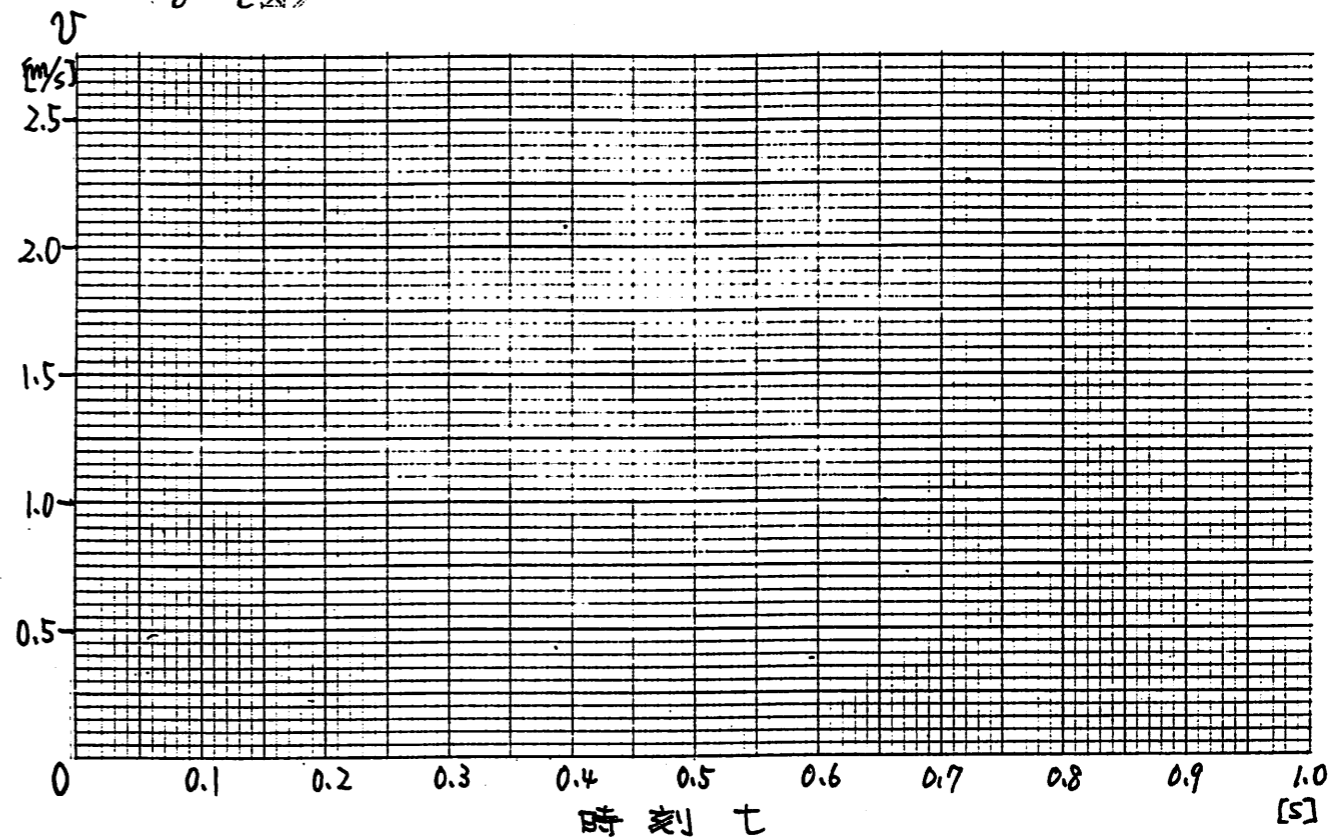
$m=0.150$ [kg]				$m=0.200$ [kg]			
$t$	$x$	$x_{n+1}-x_n$	$v$	$t$	$x$	$x_{n+1}-x_n$	$v$
[s]	[cm]	[cm]	[m/s]	[s]	[cm]	[cm]	[m/s]
0				0			
0.1				0.1			
0.2				0.2			
0.3				0.3			
0.4				0.4			
0.5				0.5			
0.6				0.6			
0.7				0.7			
0.8				0.8			
0.9				0.9			
1.0				1.0			

《表2》

台車の質量  $M=1.00$  [kg] 重力加速度  $g=9.80$  [m/s<sup>2</sup>]

分銅の質量 $m$ [kg]	加速度の測定値 $a$ [m/s <sup>2</sup> ]	式(4)による $a$ [m/s <sup>2</sup> ]	式(6)による $a$ [m/s <sup>2</sup> ]
0			
0.050			
0.100			
0.150			
0.200			

《v-t図》



《a-m図》

