

生徒実験：単振動の周期

【1】目的

ばね振り子と単振り子の周期を表す式を実験で確かめ、これらの式からばね定数や重力加速度の値を求める。

【2】原理

ばね振り子と単振り子の周期 T は、おもりの質量を m 、ばね定数を k 、糸の長さを l 、重力加速度を g 、円周率を π とするとそれぞれ

$$\begin{array}{ll} \langle \text{ばね振り子} \rangle & \langle \text{単振り子} \rangle \\ T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} & \dots\dots(1) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} & \dots\dots(2) \end{array}$$

という式で表される。これらの式の両辺をそれぞれ二乗すると、

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m \quad \dots\dots(3) \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l \quad \dots\dots(4)$$

となる。したがって、ばね振り子ではおもりの質量 m を横軸に、一方単振り子では糸の長さ l を横軸にとり、それぞれ周期 T の二乗を縦軸にとってグラフを作れば、どちらも直線となって、式(1)(2)の関係が確かめられるはずである。

また式(3)(4)より、比例係数の部分がそれぞれ

$$\frac{4\pi^2}{k} \quad \frac{4\pi^2}{g}$$

となっていることから、それぞれのグラフから求めた傾きを a_1 、 a_2 とすると、

$$k = \frac{4\pi^2}{a_1} \quad \dots\dots(5) \quad g = \frac{4\pi^2}{a_2} \quad \dots\dots(6)$$

として、それぞればね定数 k 、重力加速度 g を求めることができる。

【3】器具

鉄製スタンド、ばね、ばね振り子用おもり（鉄製小1個、鉛製大2個）、単振り子（糸付き鉄球）、粘土（おもり用）、ものさし、台はかり（共用）、時計（各個人の腕時計）、ビニールテープ

【4】作業

〈ばね振り子〉

- ①鉄製スタンドを実験台の上に置き、揺れないよう調整し、ばねをとりつける。ネジにひっかけてぶら下げればよい。
- ②鉄製の小さいおもりを芯にまわりに粘土をはりつけ、おもり全体の質量が200[g]になるようにする（台はかりで測る）。
- ③そのおもりをばねの下端につるして、静かにつりあわせ、つりあいの位置がわかるようにスタンドの支柱にビニールテープで目印をつける。
- ④おもりを下に引いてつりあいの位置より2[cm]位下げ、手を放す。
★振幅をあまり大きくしてはいけない。
- ⑤おもりが目印を上から下に通過する瞬間に計時を始め、その後20回目に上から下に通過するまで（20往復分）の時間を測定する。
★振動の回数の数え方に注意。計時を開始した瞬間は「0回」である。
- ⑥粘土と大小のおもりを組み合わせ、おもり全体の質量が400, 600, 800, 1000[g]になるようにして、③～⑤の作業をくり返す。鉛の大きいおもり1個の質量は約500[g]である。
★おもり全体の質量は決して1000[g]を越えないこと。ばねが伸びきってもとに戻らなくなる。

- ⑦おもりの質量が200[g]のときのつりあいの位置と、1000[g]のときのつりあいの位置の間の長さ Δx を測定しておく。
- ⑧隣の班と協力し、ばねを2個直列（縦）につないでスタンドにとりつけ、②～⑦の作業をくり返す。
- ⑨測定結果を次ページの表にまとめる。

〈単振り子〉

- ①単振り子の糸を鉄製スタンドのクランプにはさみ、おもりの中心から支点までの長さが20[cm]になるように糸の長さを調節する。
- ②おもりを2[cm]位横に引いて静かに放し、振動を開始する。
★振幅を大きくすると(2)式に従わなくなる。
- ③スタンドの支柱などを目印にし、おもりが最下点を右から左に通過する瞬間に計時を始め、その後20回目に右から左へ通過する瞬間まで（20往復分）の時間を測定する。
★振動の回数の数え方に注意。計時を開始した瞬間は「0回」である。
- ④おもりの中心から支点までの長さが40, 60, 80, 100[cm]となるようにして②、③の作業をくり返す。
- ⑤単振り子をスタンドからとりはずし、おもりの質量を測定する。
- ⑥おもりを芯にまわりに粘土をはりつけ、質量が約2倍になるようにする。このおもりについて、①～④の作業をくり返す。
★おもりの重心の位置が変わらないように、粘土は上下均等にはりつけること。
- ⑦測定結果を次ページの表にまとめる。

【5】考察

〈ばね振り子〉

- ①ばね1個の場合と2個の場合について、それぞれ横軸におもりの質量 m 、縦軸に測定した周期 T の二乗をとり、結果をグラフに示せ。グラフは折れ線ではなく、測定点の分布の中心付近を通る直線とする。
- ②グラフの傾き a_1 を $[s^2/kg]$ の単位で求め、式(5)によりばね1個と2個直列の場合のそれぞれについて、ばね定数 k の値を求めよ。
- ③作業⑦の結果から別途ばね定数 k の値を計算し、②の結果と比較せよ。この場合の k はおもりの質量の差を Δm 、ばねの伸びの差を Δx とすると、

$$k = \frac{\Delta mg}{\Delta x} \quad \dots\dots(7)$$

で求められる。

- ④②の結果から、ばね定数 k の同じばねを2本直列にした場合の合成ばね定数 k_2 は k を用いてどのように表されると予想されるか。
- ⑤式(1)を運動方程式から導け。（教科書p.74～75参照）

〈単振り子〉

- ①横軸に振り子の長さ l 、縦軸に測定した周期 T の二乗をとり、結果をグラフに示せ。グラフは折れ線ではなく、測定点の分布の中心を通る直線とする。
- ②グラフの傾き a_2 を $[s^2/m]$ の単位で求め、式(6)により重力加速度 g の値を求め、知られている g の値と比較せよ。
- ③おもりの質量を変えたとき、周期は変化したか。
- ④式(2)を運動方程式から導け。（教科書p.76参照）

測定結果

《ばね振り子》

★ばね1本するとき

| | | | | | |
|-------------------------|------|------|------|------|------|
| おもりの質量[kg] | 0.20 | 0.40 | 0.60 | 0.80 | 1.00 |
| $20T$ [s] | | | | | |
| 周期 T [s] | | | | | |
| T^2 [s ²] | | | | | |

グラフから求めた傾き $a_1 =$ [s²/kg]

式(5)から求めたばね定数 $k =$ [N/m]

200[g]のときと1[kg]のときの伸びの差 $\Delta x =$ [m]

式(7)から求めたばね定数 $k =$ [N/m]

★ばね2本するとき

| | | | | | |
|-------------------------|------|------|------|------|------|
| おもりの質量[kg] | 0.20 | 0.40 | 0.60 | 0.80 | 1.00 |
| $20T$ [s] | | | | | |
| 周期 T [s] | | | | | |
| T^2 [s ²] | | | | | |

グラフから求めた傾き $a_1 =$ [s²/kg]

式(5)から求めたばね定数 $k =$ [N/m]

200[g]のときと1[kg]のときの伸びの差 $\Delta x =$ [m]

式(7)から求めたばね定数 $k =$ [N/m]

《単振り子》

★鉄球のおもりだけのとき

| | | | | | |
|-------------------------|------|------|------|------|------|
| 振り子の長さ[m] | 0.20 | 0.40 | 0.60 | 0.80 | 1.00 |
| $20T$ [s] | | | | | |
| 周期 T [s] | | | | | |
| T^2 [s ²] | | | | | |

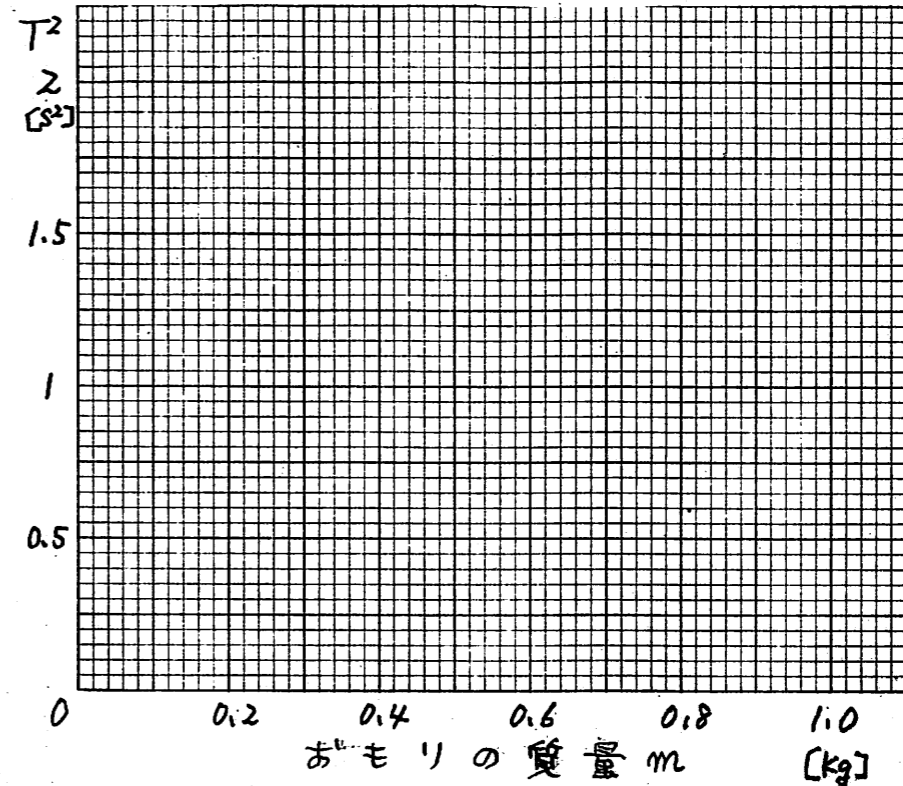
★おもりの質量を約2倍にしたとき

| | | | | | |
|-------------------------|------|------|------|------|------|
| 振り子の長さ[m] | 0.20 | 0.40 | 0.60 | 0.80 | 1.00 |
| $20T$ [s] | | | | | |
| 周期 T [s] | | | | | |
| T^2 [s ²] | | | | | |

グラフから求めた傾き $a_2 =$ [s²/m]

式(6)から求めた重力加速度 $g =$ [m/s²]

《ばね振り子》



《単振り子》

