釣りの重りを用いたアトウッドの実験の追試報告

元高校教員
宮田規夫

・先行研究 1993年6月 物理教育学会誌

南原律子（ミナミハラ リツコ）氏「アトウッド実験の教育的意義」← 広井先生資料提供

・重りとしてフィルムケースと硬貨（10円, 5円, 1円）を使用

$g \fallingdotseq 9.4\ m/s^2$ を得ている。

・私の報告は重りを釣りの重りにしての、この実験の追試になる。

$g \fallingdotseq 9.4\ m/s^2$

→ g の精度を求めるなら、500gの安全おもり、放電式記録タイマー、放電テープを用いる実験の方がよい。$g \fallingdotseq 9.7 \sim 9.8\ m/s^2$ が求まる。

・このアトウッドの実験は、重りと滑車と時計という簡単な装置で g が求まることを示す演示実験か、g が小さく出ることの探究活動に向く。（南原氏の指摘通り）

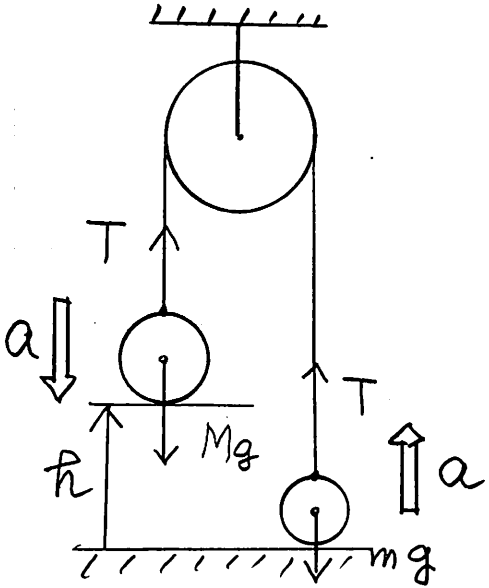
・理論の確認

・滑車や糸の質量ゼロ

5.5〜6.5g　〜1g

・各部摩擦ゼロ

と仮定



Mについて

$M \cdot a = M \cdot g - T$ …①

mについて

$ma = T - m \cdot g$ …②

初速ゼロ，時間tで

h移動して

$h = \frac{1}{2}at^2$ …③

①，②，③から

$$a = g \times \left(\frac{M-m}{M+m}\right)$$

さらに，$h = \frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{M-m}{M+m}\right) \times t^2$

よって　$t^2 = \frac{2h}{g} \times \left(\frac{M+m}{M-m}\right)$

t^2は$\left(\frac{M+m}{M-m}\right)$に比例するはず…$\boxed{1}$

さらに　$g = \frac{2h}{t^2} \times \left(\frac{M+m}{M-m}\right)$　と求まる…$\boxed{2}$

$\boxed{1}$，$\boxed{2}$について考察

＜実験に必要な道具，材料

- 滑車…ナリカ製単滑車，質量5.5~6.5g，回転半径2.2cm.
- 重り… 釣り用ナス形おもり（鉛製，上州屋）．（1号＝3.75g）
  0.5号，0.8号，1号，1.5号，2号，15号，スナップ3号（サルカン）
  （1.75g，3.10g，4.00g，5.80g，8.00g，55.00g）
- 電子はかり… ポケットデジタルスケール 0.01g~500g，アマゾン
- 耐水ペーパー，たこ糸，磁石付きフック，蛍光ふせん，セロテープ（百均ダイソー）
- 固体潤滑剤（カギ穴のくすり），液体潤滑車（ダイソー）
- 巻尺
- ストップウォッチ
- ポケットティッシュ（落下受けとめクッション）

＜実験結果＞

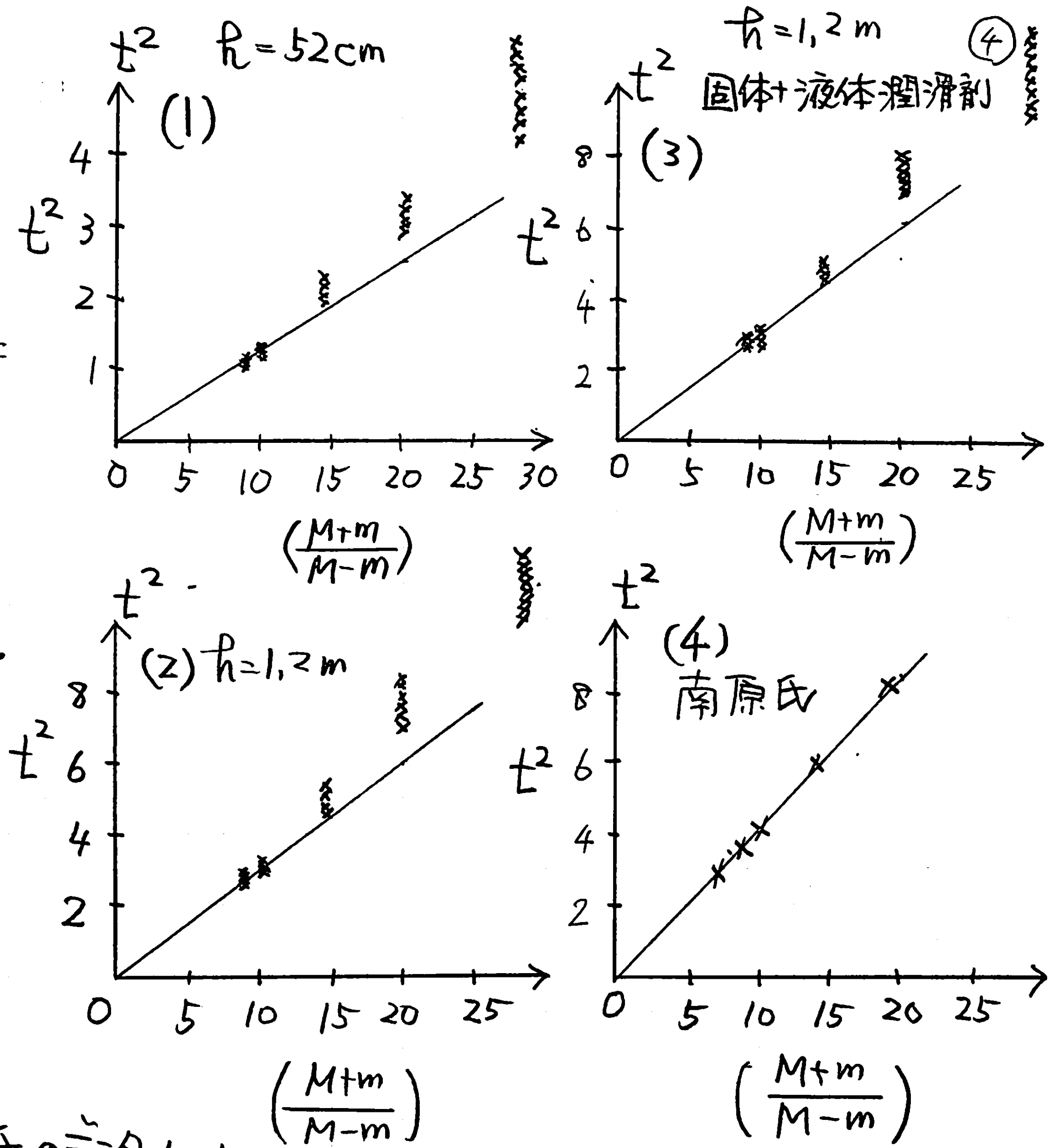
。各点10回測定，全データを×印で
記入（データのバラつきを見るため）

(1) $h=0.52$m 実験卓で鉄製スタンドに
クランプで滑車固定を想定。
（滑車の軸に固体潤滑剤）

(2) $h=1.2$m，黒板で演示実験を想定。
（固体潤滑剤）

(3) $h=1.2$m.（固体にさらに液体潤滑剤）

(1)〜(3)まで ほとんどすべて同じ結果
$\left(\frac{M+m}{M-m}\right)$ が10以上だと直線からずれて
測定のばらつきも大きくなる。



(4)南原氏のデータも少しその傾向が見える。

2023/8/19

(1)

$h = 52.0\ \mathrm{cm}$ ナリカ滑車 （軸に固体潤滑剤）

$m = 55.0\,\mathrm{g}$

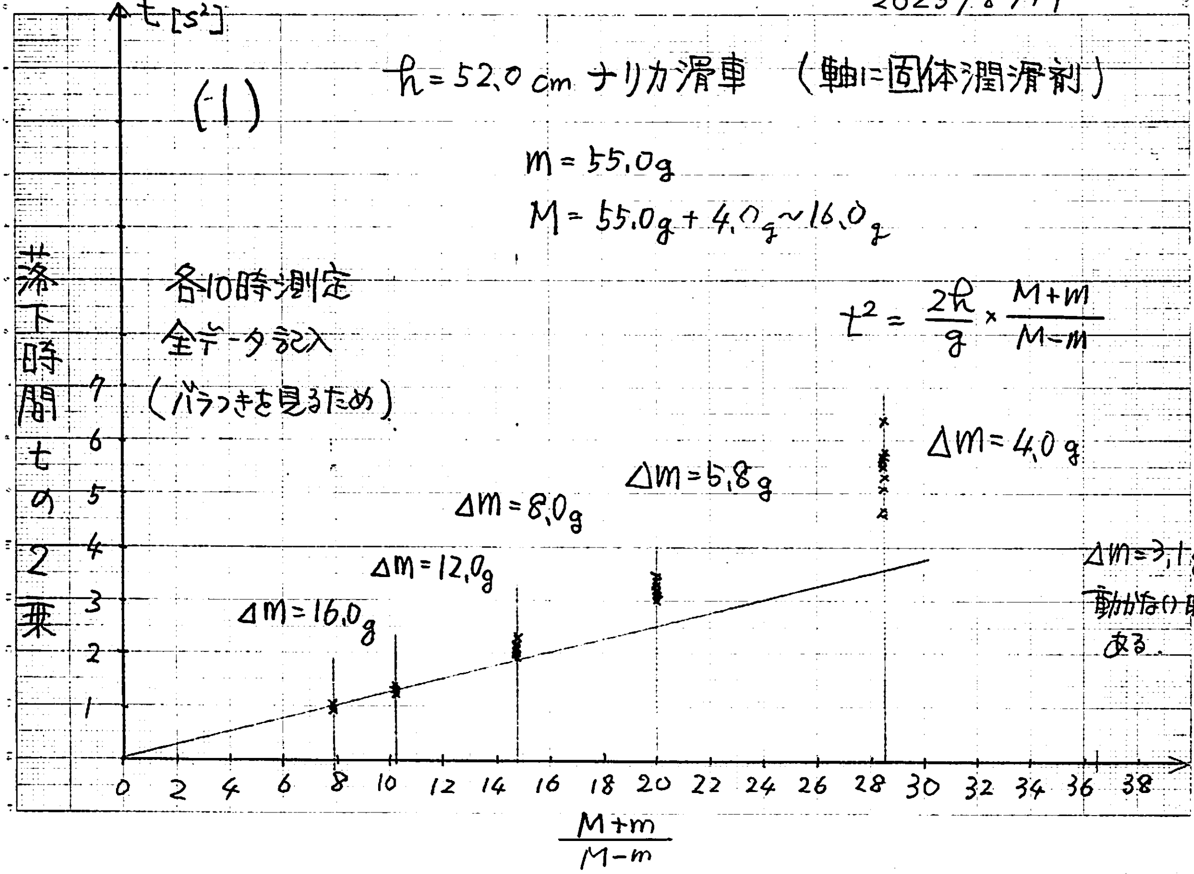
$M = 55.0\,\mathrm{g} + 4.0\,\mathrm{g} \sim 16.0\,\mathrm{g}$

各10時測定

全データ記入

（バラつきを見るため）

$$t^2 = \frac{2h}{g} \times \frac{M+m}{M-m}$$



$\Delta m = 3.1\,\mathrm{g}$では動かない時がある。

2023/8/22

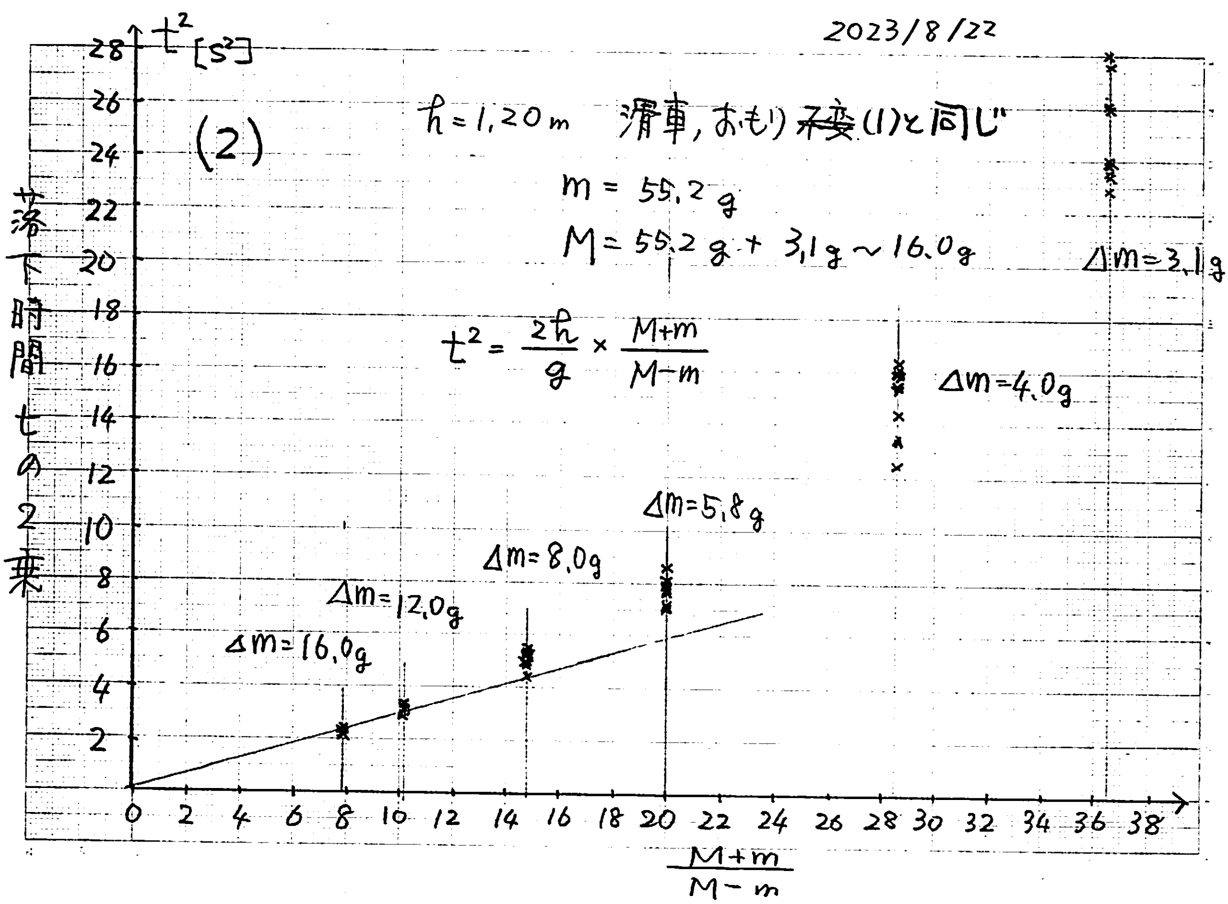
(2)

$h = 1.20\ \mathrm{m}$ 滑車，おもり ~~不変~~ (1)と同じ

$m = 55.2\,\mathrm{g}$

$M = 55.2\,\mathrm{g} + 3.1\,\mathrm{g} \sim 16.0\,\mathrm{g}$

$$t^2 = \frac{2h}{g} \times \frac{M+m}{M-m}$$



2023/8/23

$h = 1.20\,m$　滑車軸に固体潤滑剤＋液体潤滑剤をスプレー

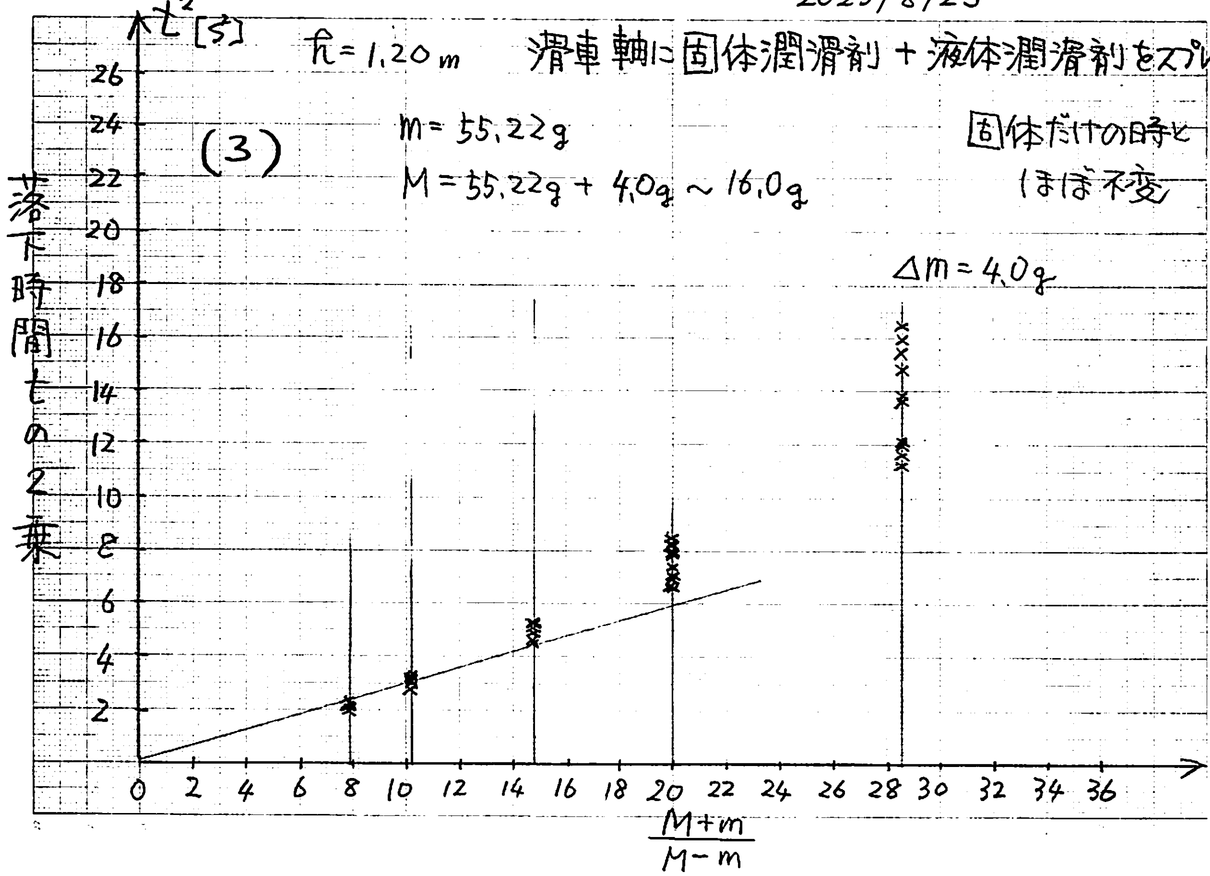
(3)

$m = 55.22g$

$M = 55.22g + 4.0g \sim 16.0g$

固体だけの時と ほぼ不変

$\Delta m = 4.0g$



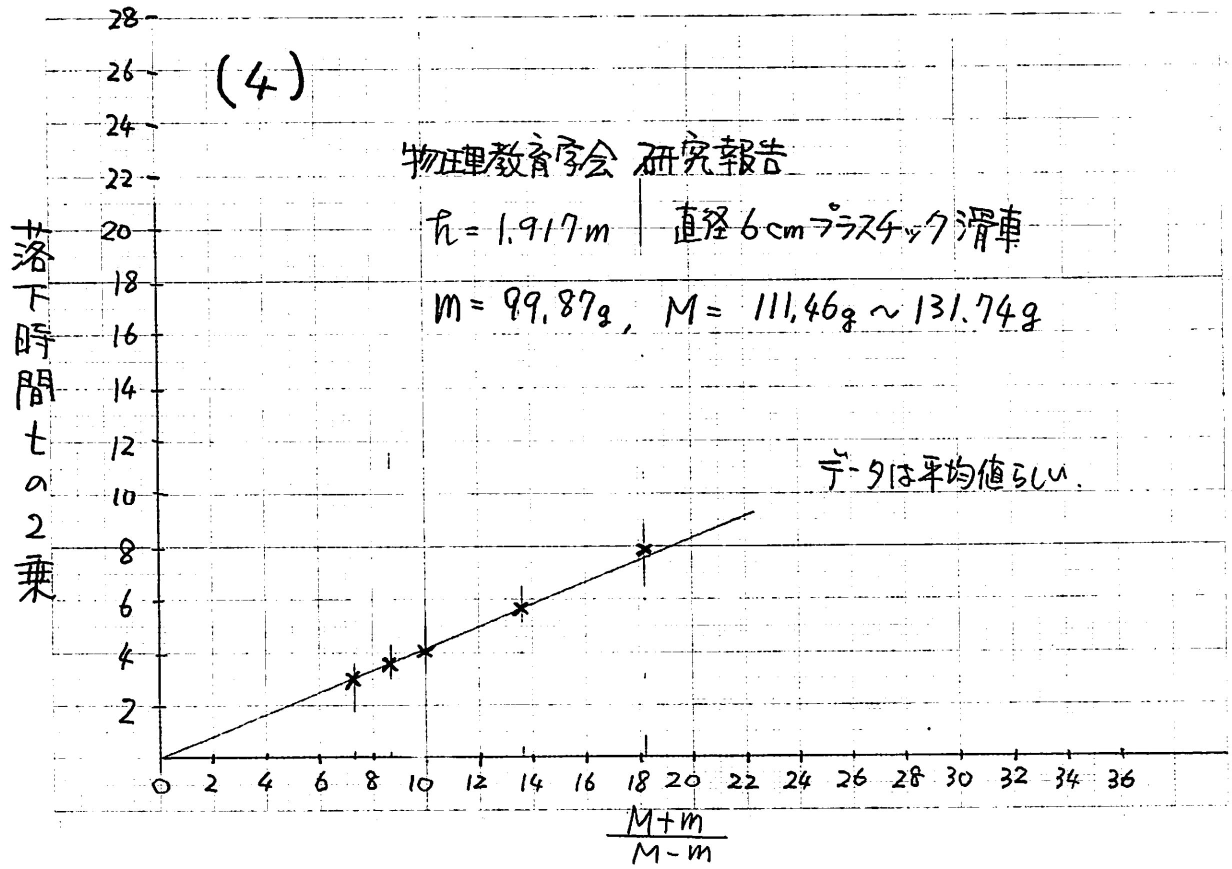
(4)

物理教育学会 研究報告

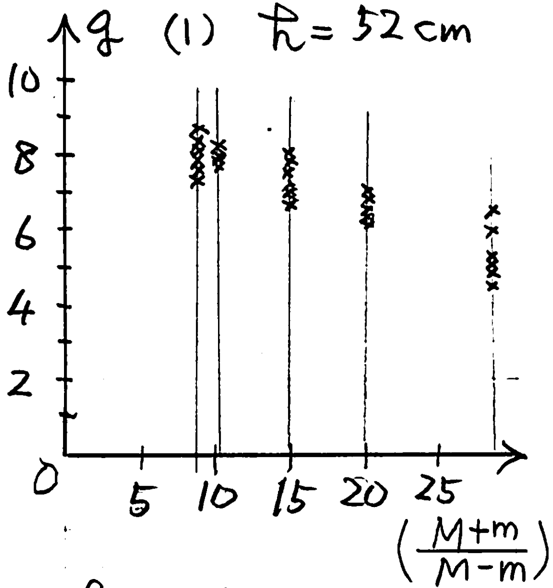
$h = 1.917m$ | 直径6cmプラスチック滑車

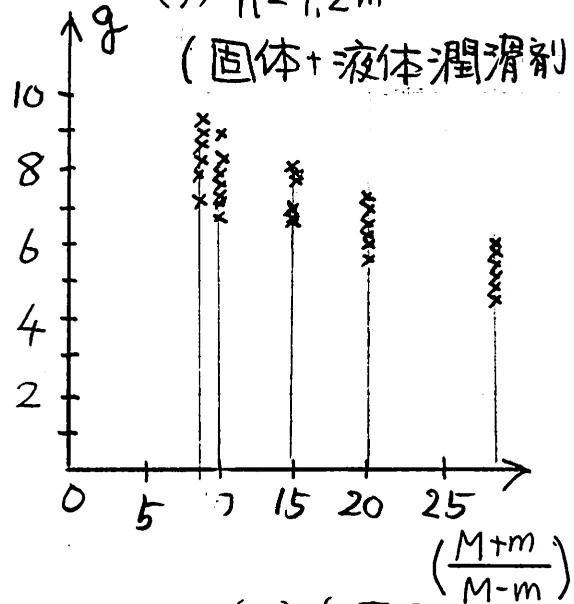
$m = 99.87g$, $M = 111.46g \sim 131.74g$

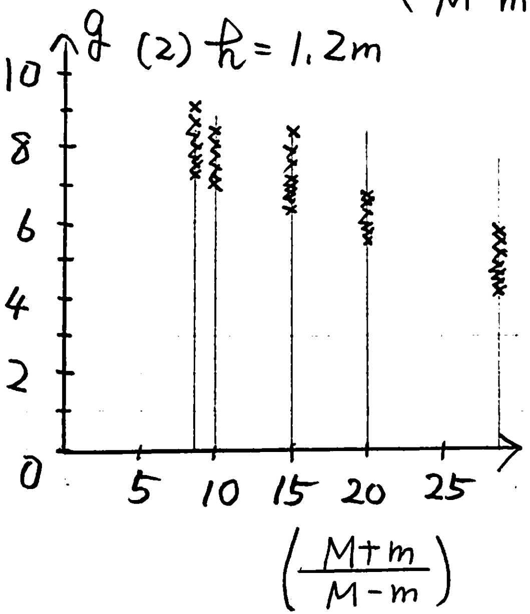
データは平均値らしい.

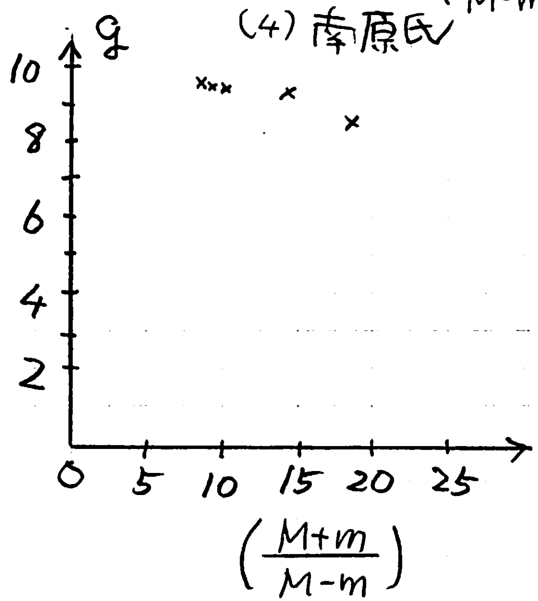


<gの値を見る>









gは 8 m/s² 程度

南原氏は 9.4 m/s² 位.

2023/8/19

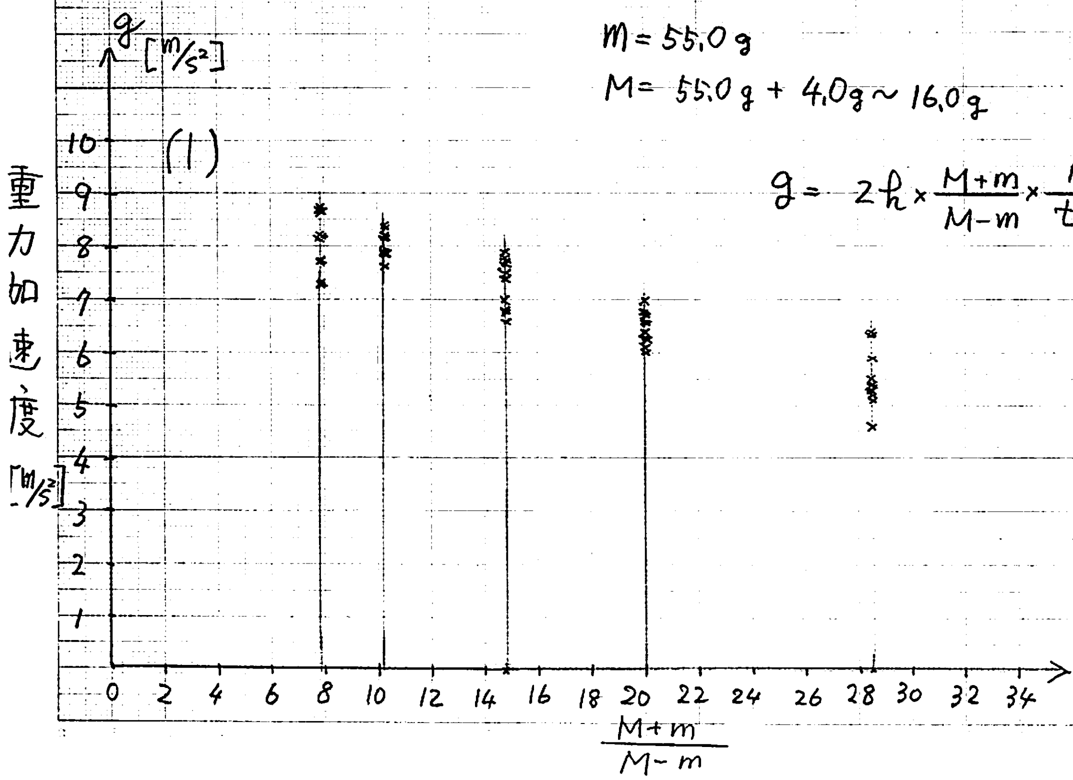
$h = 52.0\,\mathrm{cm}$, ナリカ 滑車（軸に固体潤滑剤）

$m = 55.0\,\mathrm{g}$

$M = 55.0\,\mathrm{g} + 4.0\,\mathrm{g} \sim 16.0\,\mathrm{g}$

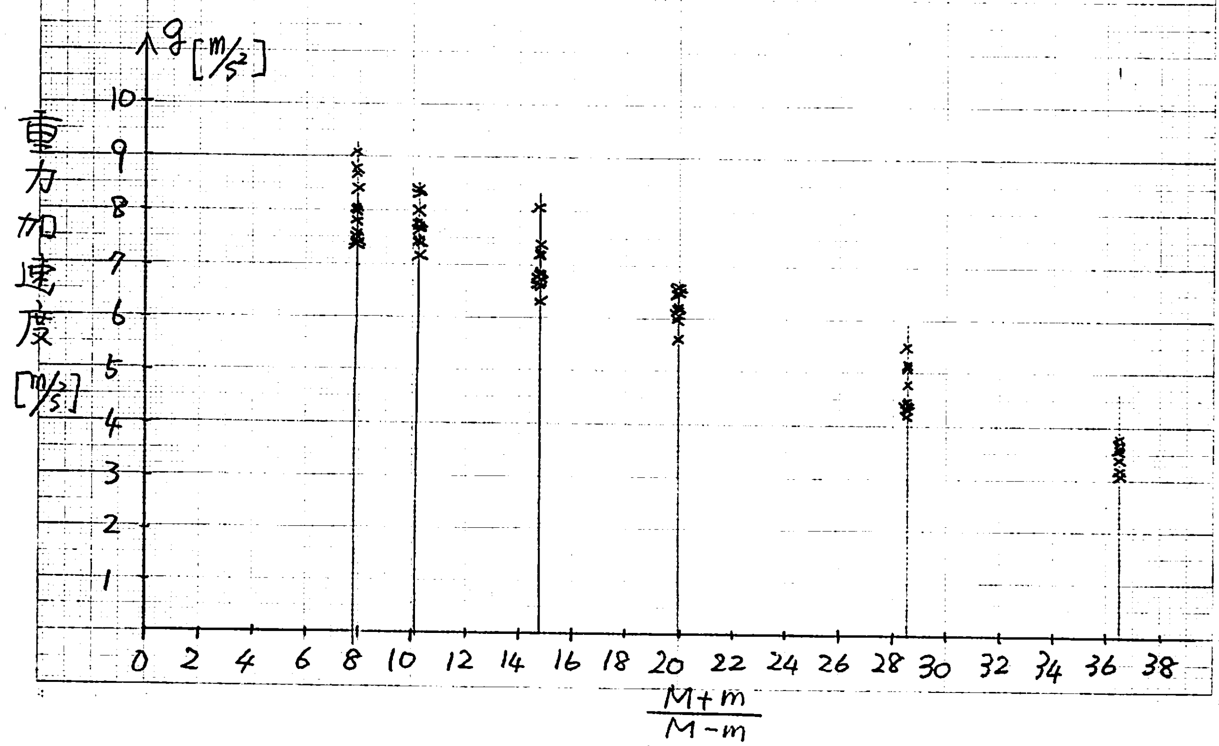
$$g = 2h \times \frac{M+m}{M-m} \times \frac{1}{t^2}$$

(1)



2023/8/22

(2) $h = 1.20\,\mathrm{m}$ 滑車, おもり ~~不変~~ (1)と同じ

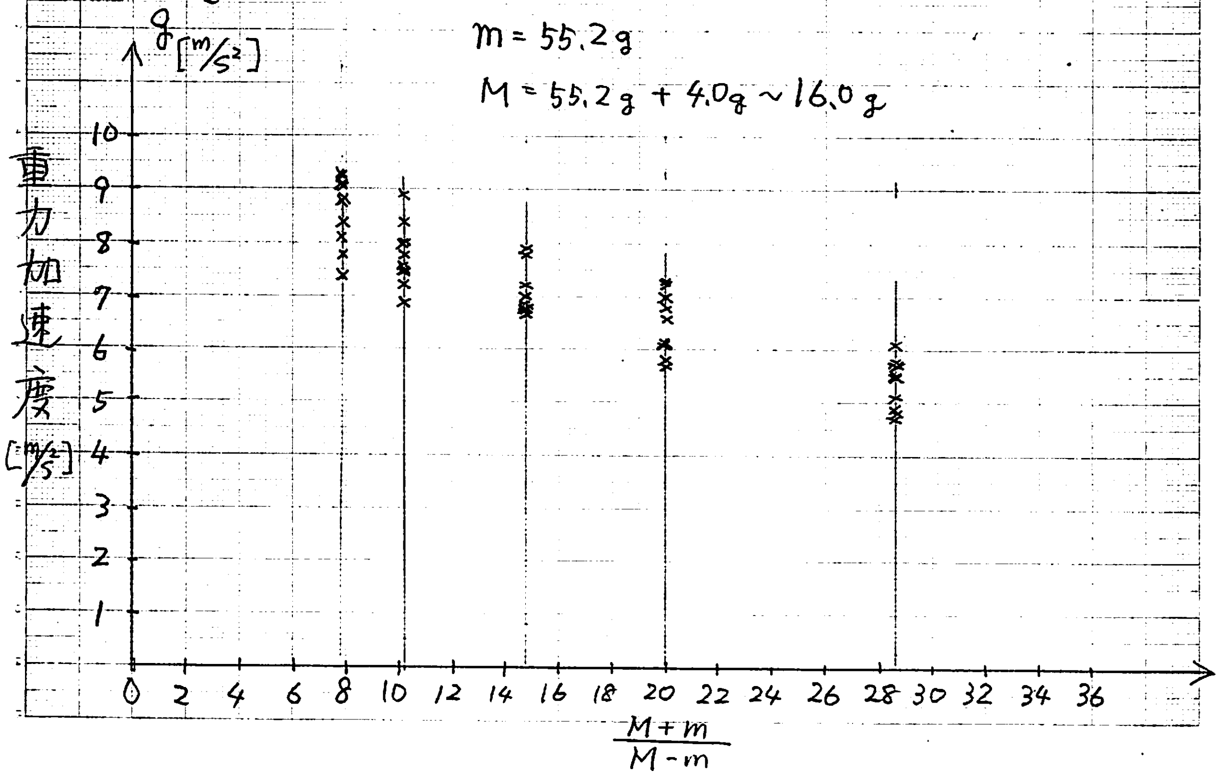


2023/8/23

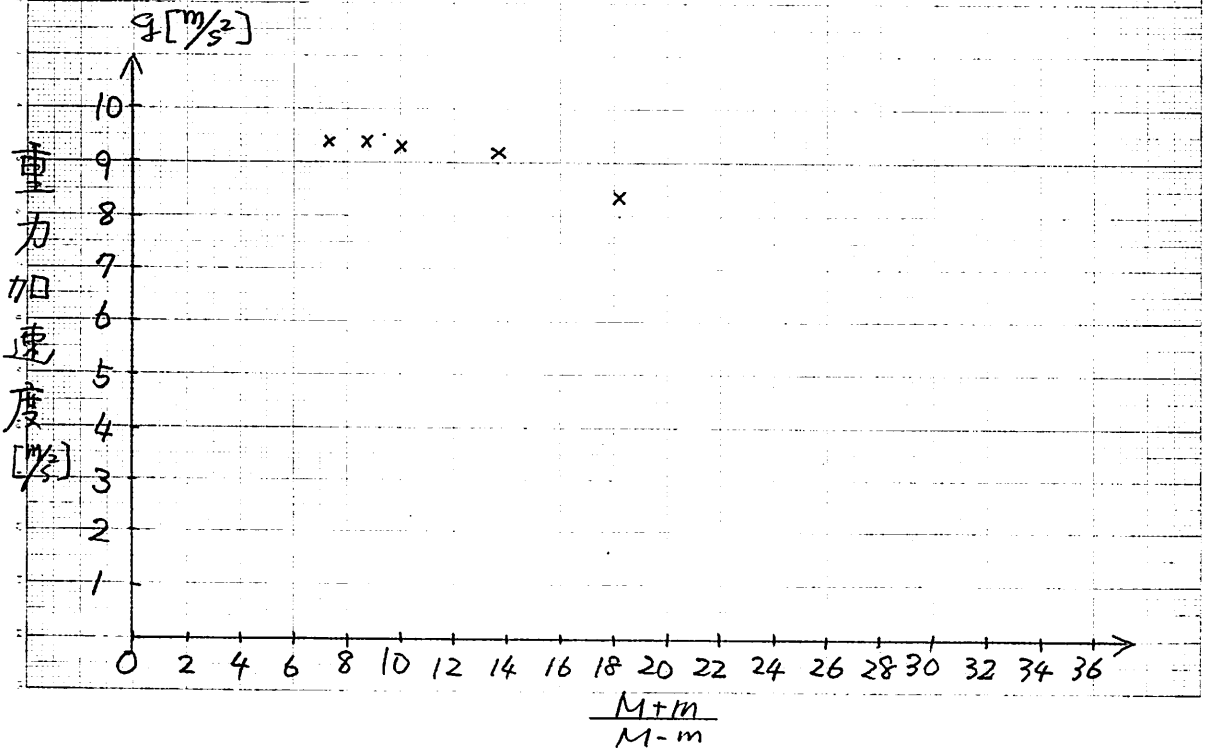
(3) $h = 1.20\,m$ ナリカ 滑車（軸に固体+液体潤滑剤）

$m = 55.2\,g$

$M = 55.2\,g + 4.0\,g \sim 16.0\,g$



(4) 物理教育学会 報告

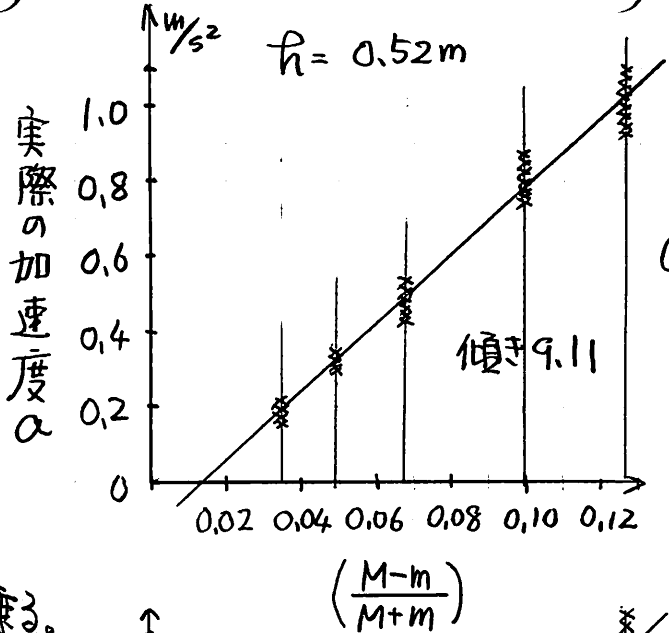


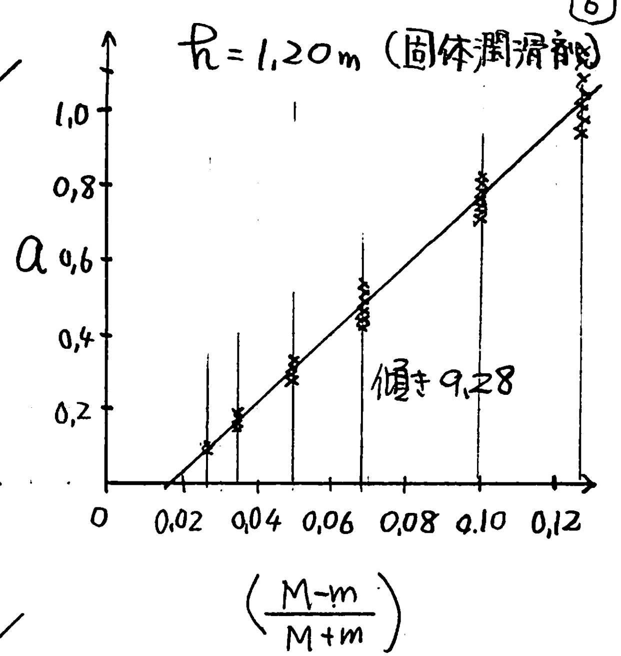
山本さんに相談したら、

② の $a = g \times \left(\frac{M-m}{M+m}\right)$ より

a と $\left(\frac{M-m}{M+m}\right)$ のグラフを書いて

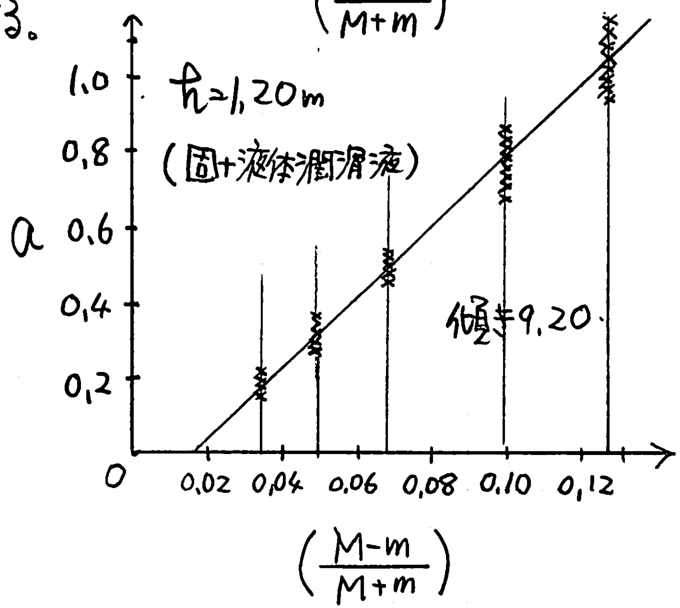
みたらどうかと。



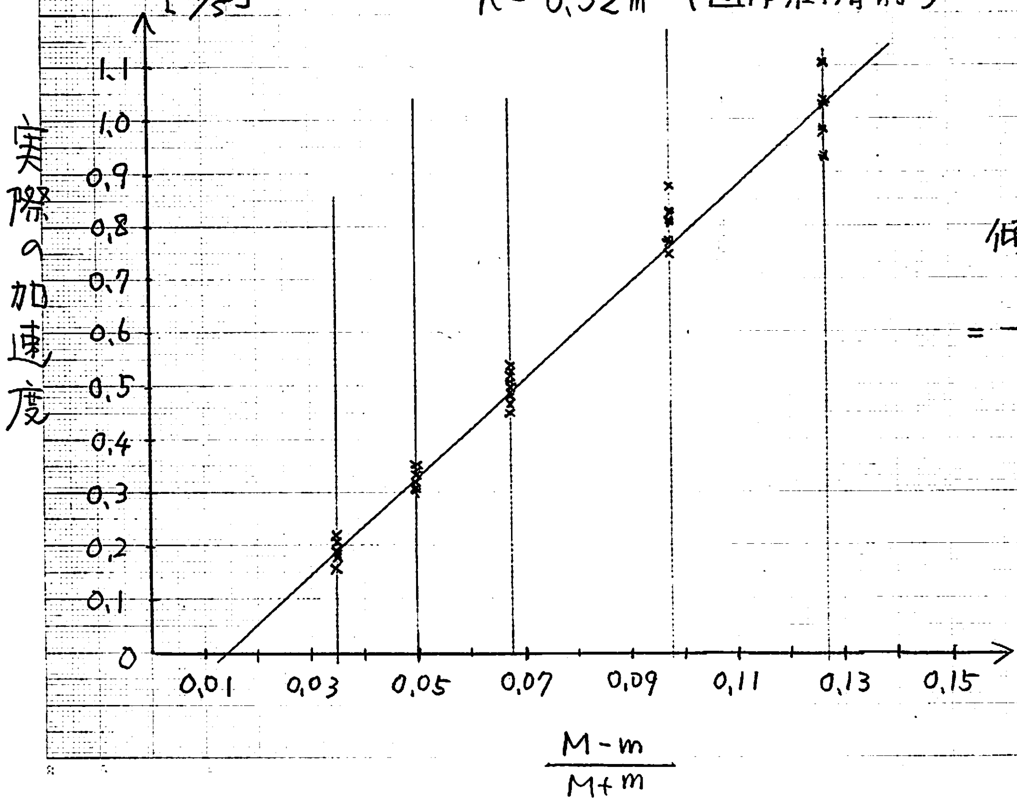


結果は原点からずれるが、直線に乗る。

次頁へ



$h = 0.52\,m$ (固体潤滑剤)

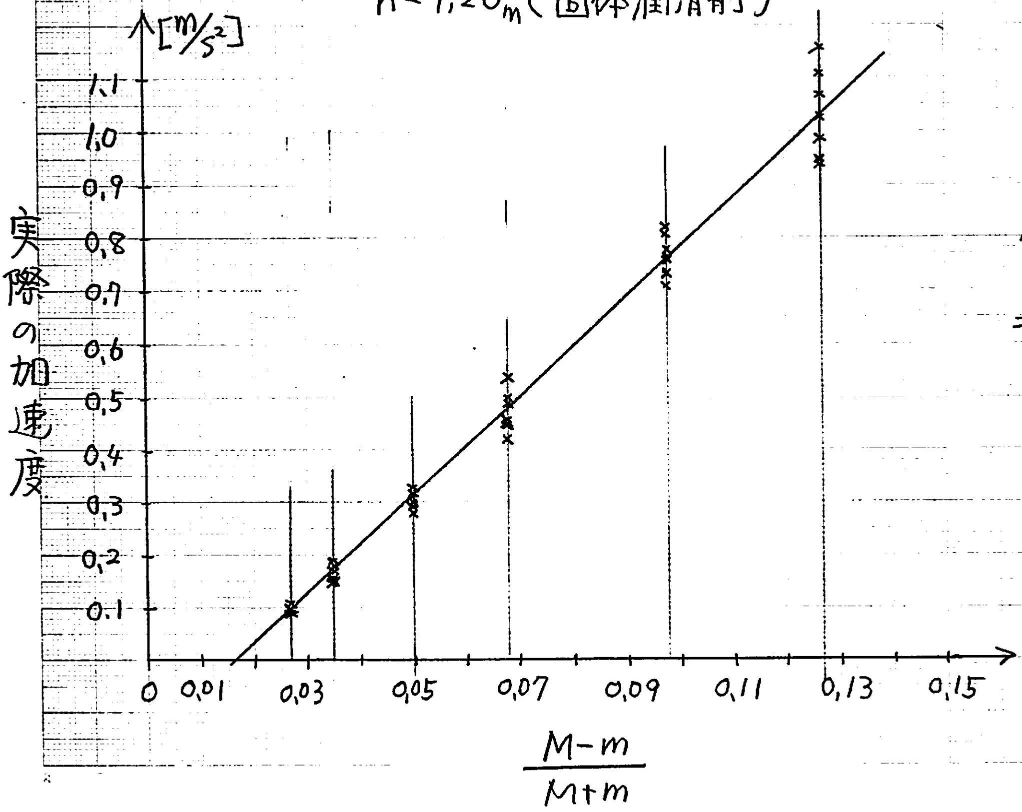


傾き

$$= \frac{1.03 - 0}{0.127 - 0.014}$$

$$\fallingdotseq 9.11\ m/s^2$$

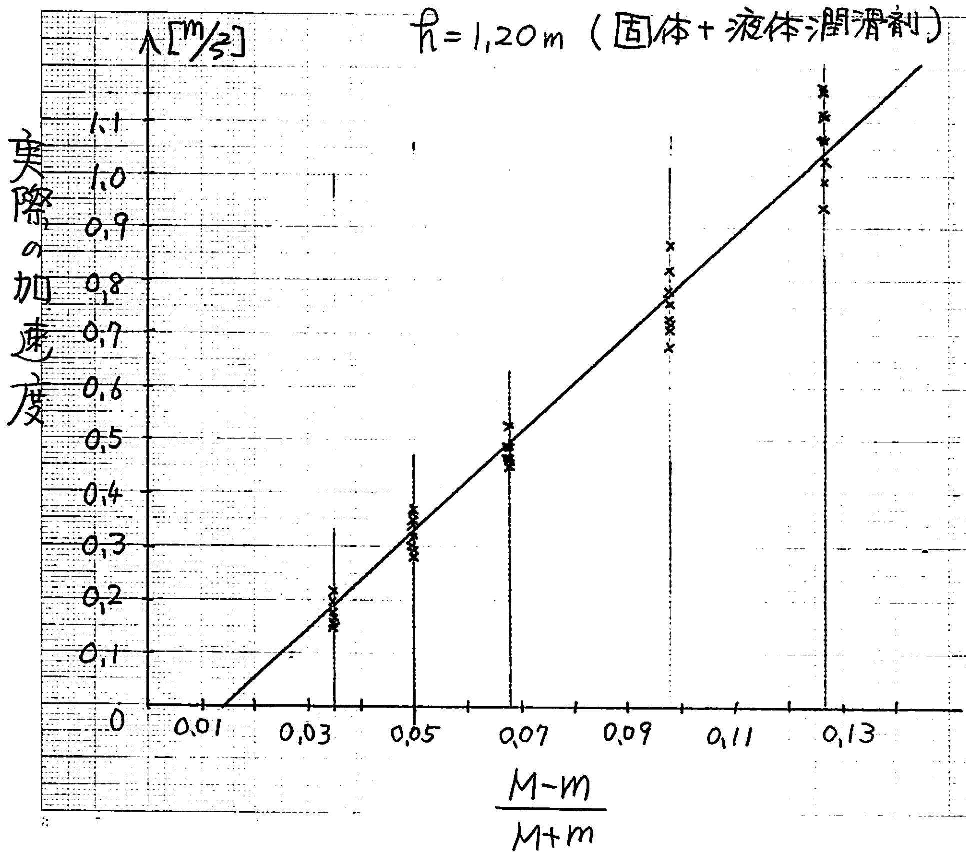
$h = 1.20\,m$ (固体潤滑剤)



傾き

$$= \frac{1.03 - 0}{0.127 - 0.016}$$

$$= 9.28\ m/s^2$$



傾き

$$= \frac{1{,}04 - 0}{0{,}127 - 0{,}014}$$

$$= 9{,}20 \ \mathrm{m/s^2}$$

山本さんによれば，

これは，滑車の軸のまさつを

軸に加わる重力$(M+m)g$に

比例するとして，

Mについて　$Ma = Mg - T$

mについて　$ma = T' - mg$

滑車について
（質量ゼロとして）　$0 = T - T' - \mu''(M+m)\cdot g$

と式を立てると，$(M+m)a = (M-m)\cdot g + T' - T$

$= (M-m)\cdot g - \mu''(M+m)\cdot g$

$$\therefore \quad a = \frac{M-m}{M+m}g - \mu'' g$$

となり，$\left(\dfrac{M-m}{M+m}\right)$を横軸にとればグラフの傾きが$g$を表し，原点からのズレも軸の摩擦によると示せる。

で一応の説明がついたが，

データのばらつきが大きい。

そこで，ナリカの渡辺さんに

ビースピをお借りして，実験した。

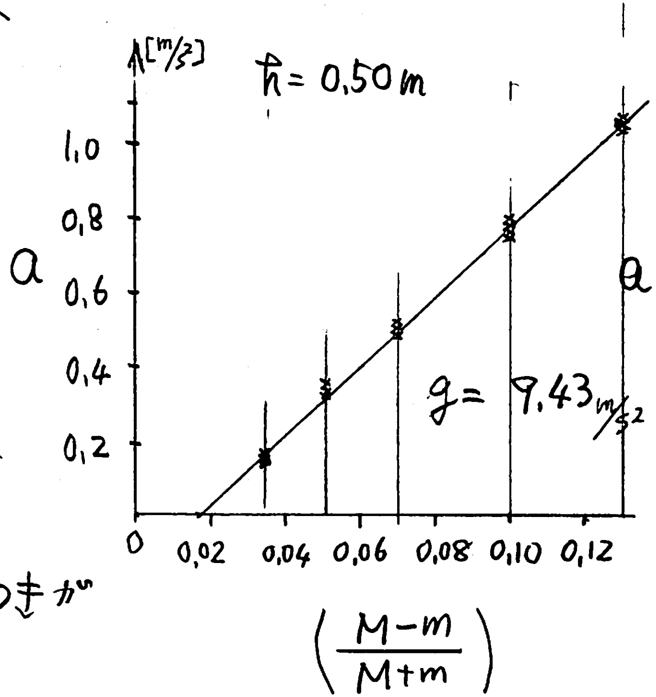
ビースピを用いて実験（ネットに2〜3件 実験プリントあり）

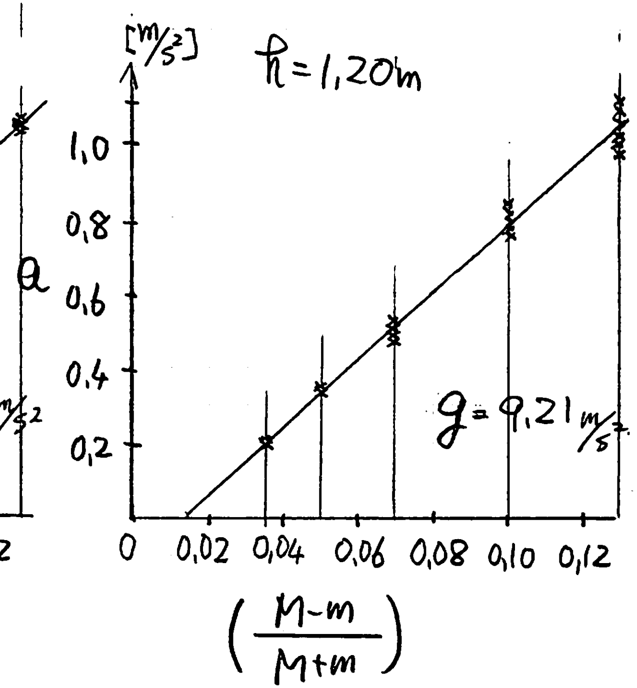
初速ゼロの落下として

$v = a \cdot t$

$h = \frac{1}{2} a t^2$

$\therefore\ a = \frac{v^2}{2h}$ で a を求める。





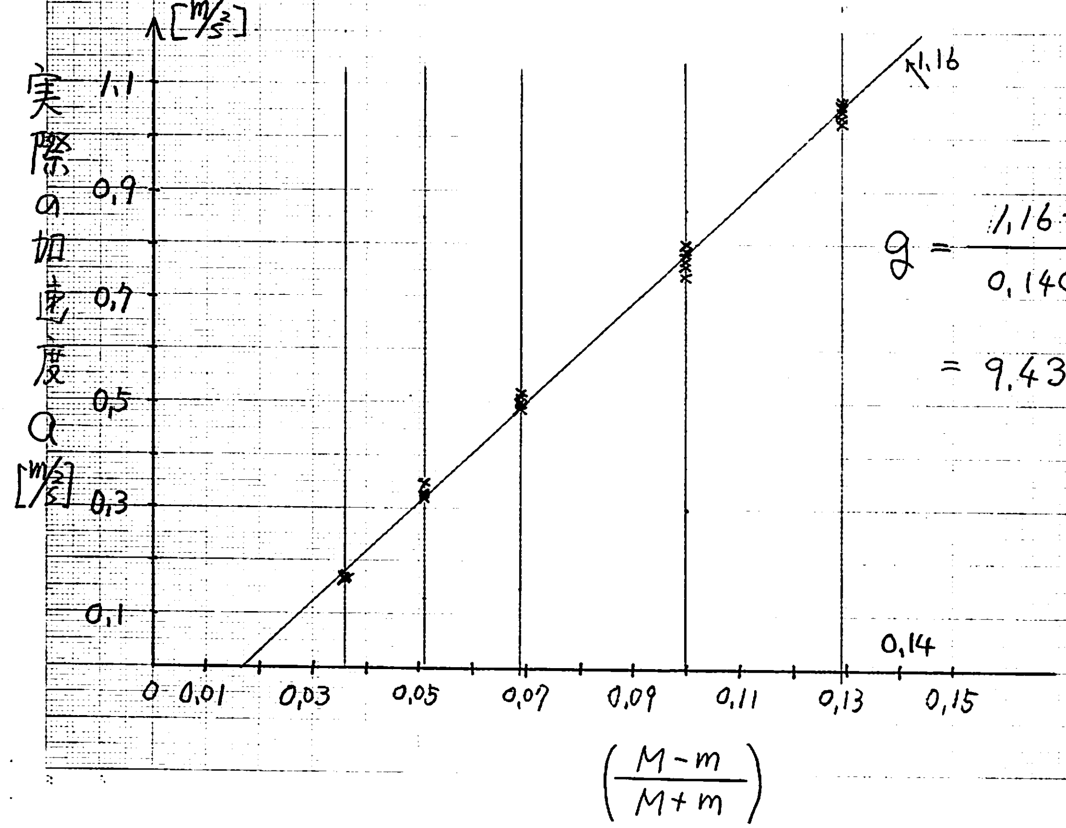
・ビースピを用いるとデータのばらつきが少なくなった。

・$h = 0.50\,m$ でも $h = 1.20\,m$ と変わらないデータがとれるので、実験卓で各班での実験ができる。

・しかし、g の値が $9.4\,m/s^2$ どまり → 山本さんによれば滑車の慣性モーメントだろうと。

そこで…

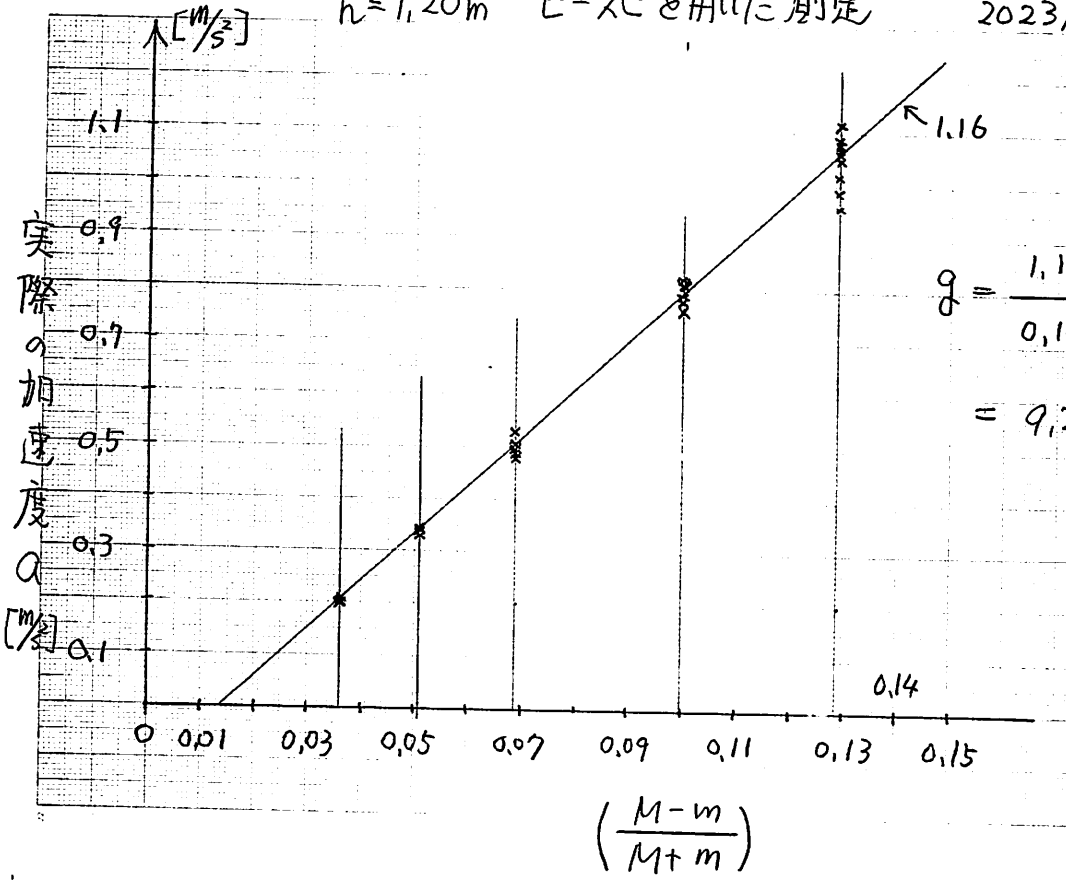
$h=0.50m$　ビースピを用いた測定　2023/9/17



$$g=\frac{1.16-0}{0.140-0.017}$$

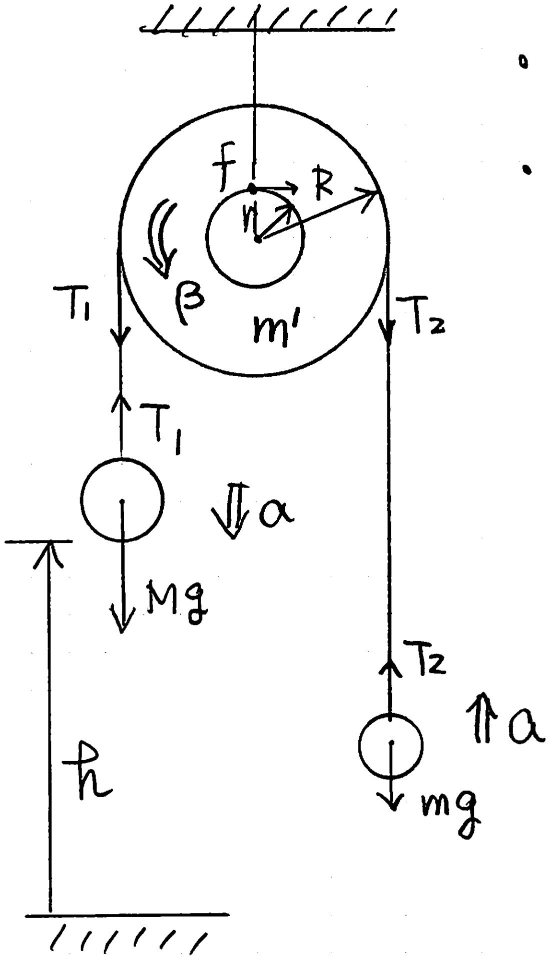
$$=9.43\ m/s^2$$

$h=1.20m$　ビースピを用いた測定　2023/9/17



$$g=\frac{1.16-0}{0.140-0.014}$$

$$=9.21\ m/s^2$$



・滑車は質量m'，半径Rの円板，慣性モーメント$I=\frac{1}{2}m'R^2$

・滑車の軸の半径をr，軸の動摩擦を滑車に加わる全重量に比例するとして．$f=\mu'(M+m+m')\cdot g$とする。

運動方程式は

Mについて　$M\cdot a=Mg-T_1$

mについて　$ma=T_2-mg$

滑車について　$I\cdot\beta=N=(T_1-T_2)\times R-\mu'(M+m+m')\cdot g\times r$

$I=\frac{1}{2}m'R^2$

$a=R\cdot\beta$

以上から．$a=\left(\dfrac{M-m}{M+m+\frac{1}{2}m'}\right)\times g-\dfrac{\mu'(M+m+m')r\cdot g}{(M+m+\frac{1}{2}m')R}$

（aの測定はビースピにより

$a=\dfrac{v^2}{2h}$ で求める．）

$$a = \frac{M-m}{M+m+\frac{1}{2}m'} \times g - \frac{\mu'(M+m+m')r \cdot g}{(M+m+\frac{1}{2}m')R}$$

実験では $M+m \fallingdotseq 120g$　$m'=6.5g$, $\frac{1}{2}m' \fallingdotseq 3.3g$

なので $\frac{M+m+m'}{M+m+\frac{1}{2}m'} \fallingdotseq 1.025$ となり

有効２桁で 1.0と近似して、

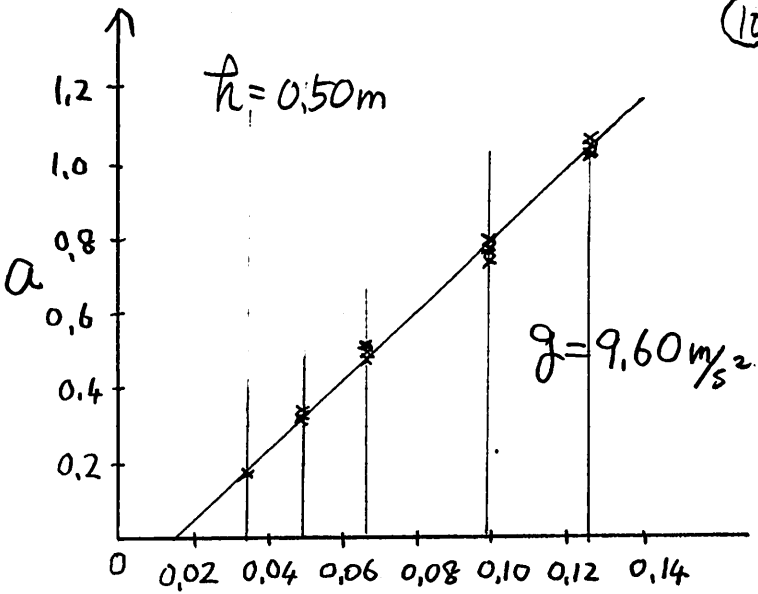
$$a = \frac{M-m}{M+m+\frac{1}{2}m'} \times g - \frac{\mu' \cdot r}{R} g$$

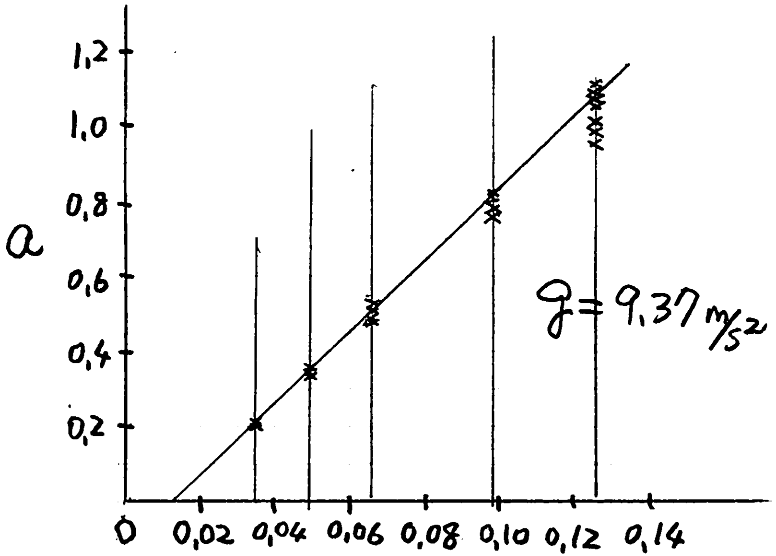
として $\left(\frac{M-m}{M+m+\frac{1}{2}m'}\right)$ でグラフ化してみる。

結果は　$h = 0.50m$　$9.43 \rightarrow 9.60 \, m/s^2$

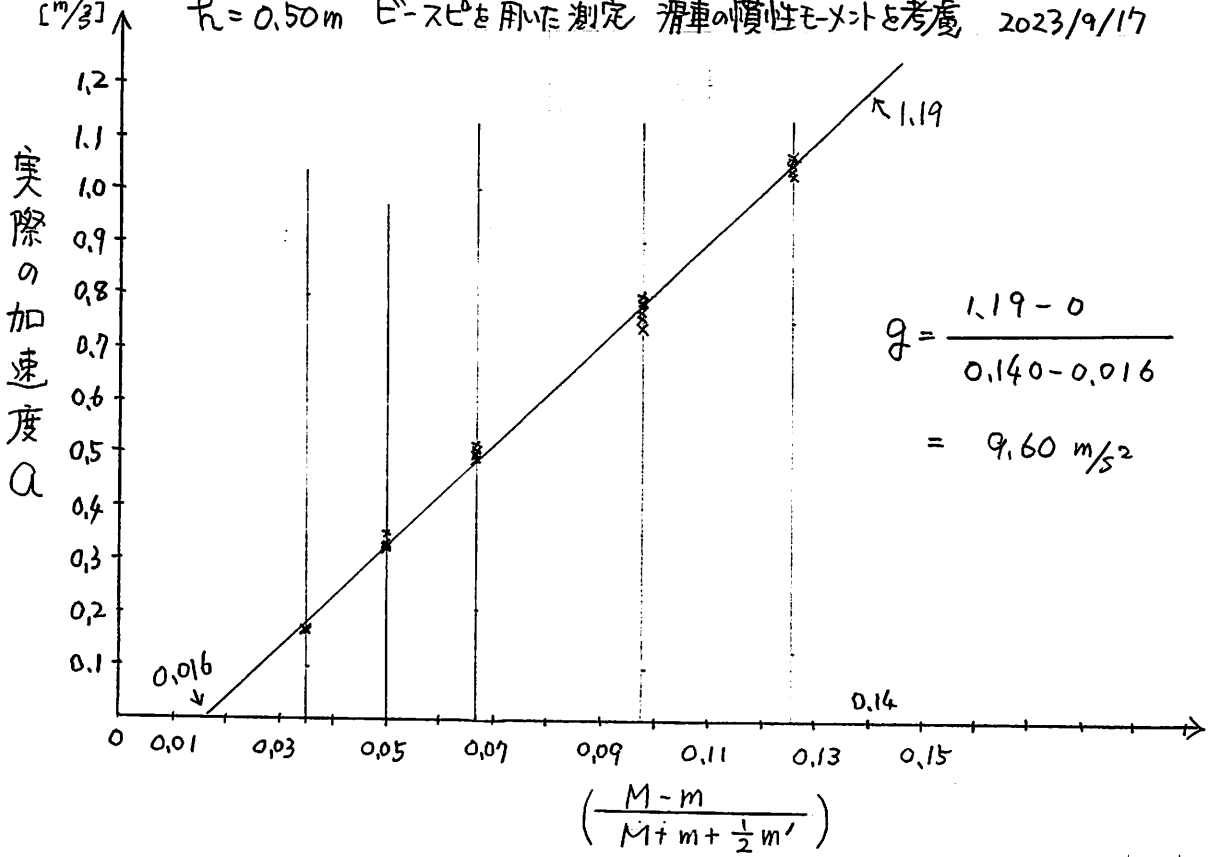
$h = 1.20m$　$9.21 \rightarrow 9.37 \, m/s^2$ と

約2%ほど数値が改善したが 9.8には届かない。





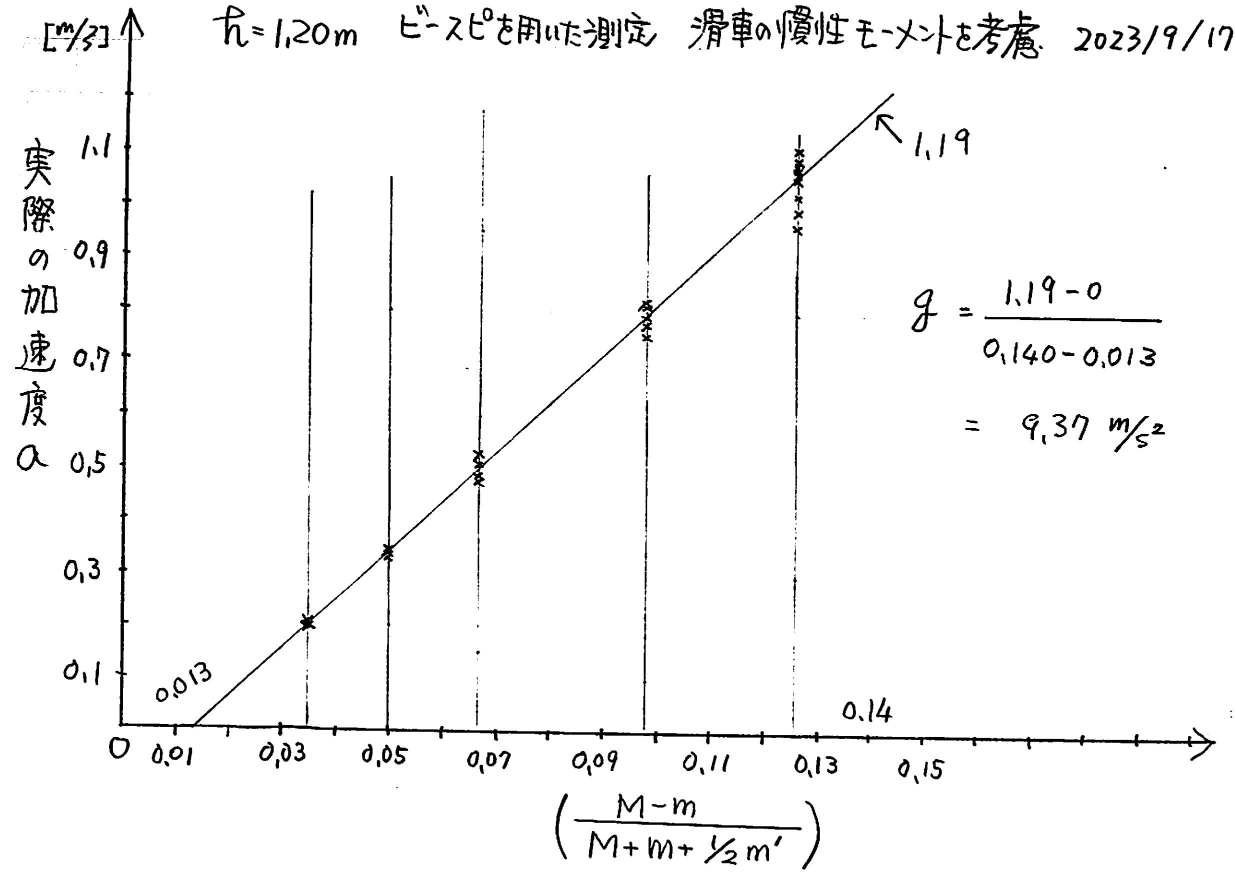
$h = 0.50\,\mathrm{m}$　ビースピを用いた測定　滑車の慣性モーメントを考慮　2023/9/17



$$g = \frac{1.19 - 0}{0.140 - 0.016} = 9.60\ \mathrm{m/s^2}$$

$$\left(\frac{M - m}{M + m + \frac{1}{2}m'}\right)$$

$h = 1.20\,\mathrm{m}$　ビースピを用いた測定　滑車の慣性モーメントを考慮　2023/9/17

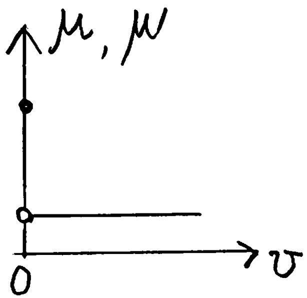


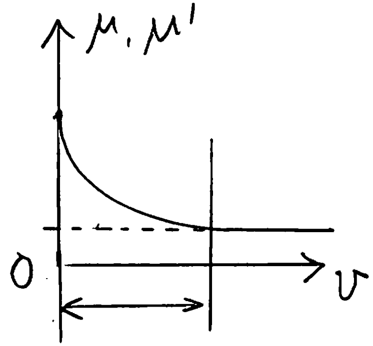
$$g = \frac{1.19 - 0}{0.140 - 0.013} = 9.37\ \mathrm{m/s^2}$$

$$\left(\frac{M - m}{M + m + \frac{1}{2}m'}\right)$$

そこで、本当にすぐ運動方程式が

成立するのか？と。





一般に静止摩擦

遷移区間

から動摩擦に移る時は

上図の様にポンと静止摩擦

から動摩擦に移り、動摩擦

係数は速さによらず一定、と

教えられるが、これは近似で、

実は↑このように連続的に

動摩擦係数は変化する。

こう考えると、遷移区間の

間は加速度が小さいので

gが小さく求まる原因になるのでは

ということでナリカの渡辺さんと

中島さんに、GO DIRECTで

台車をおもりで水平にひく実験を、

① おもり50gで台車質量を変える

② 台車質量250gでおもりの質量を

変える。

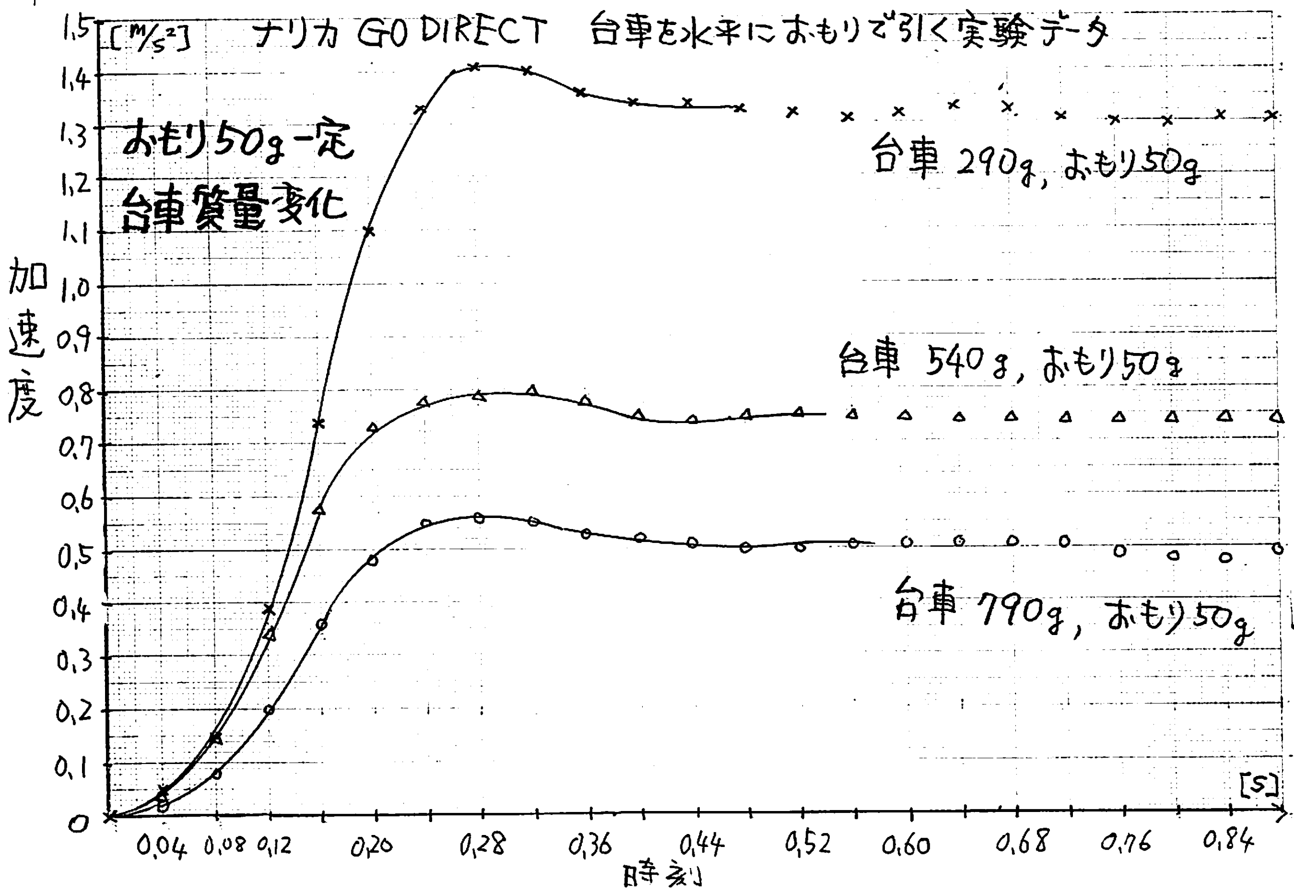
の2パターンで実験していただいた。

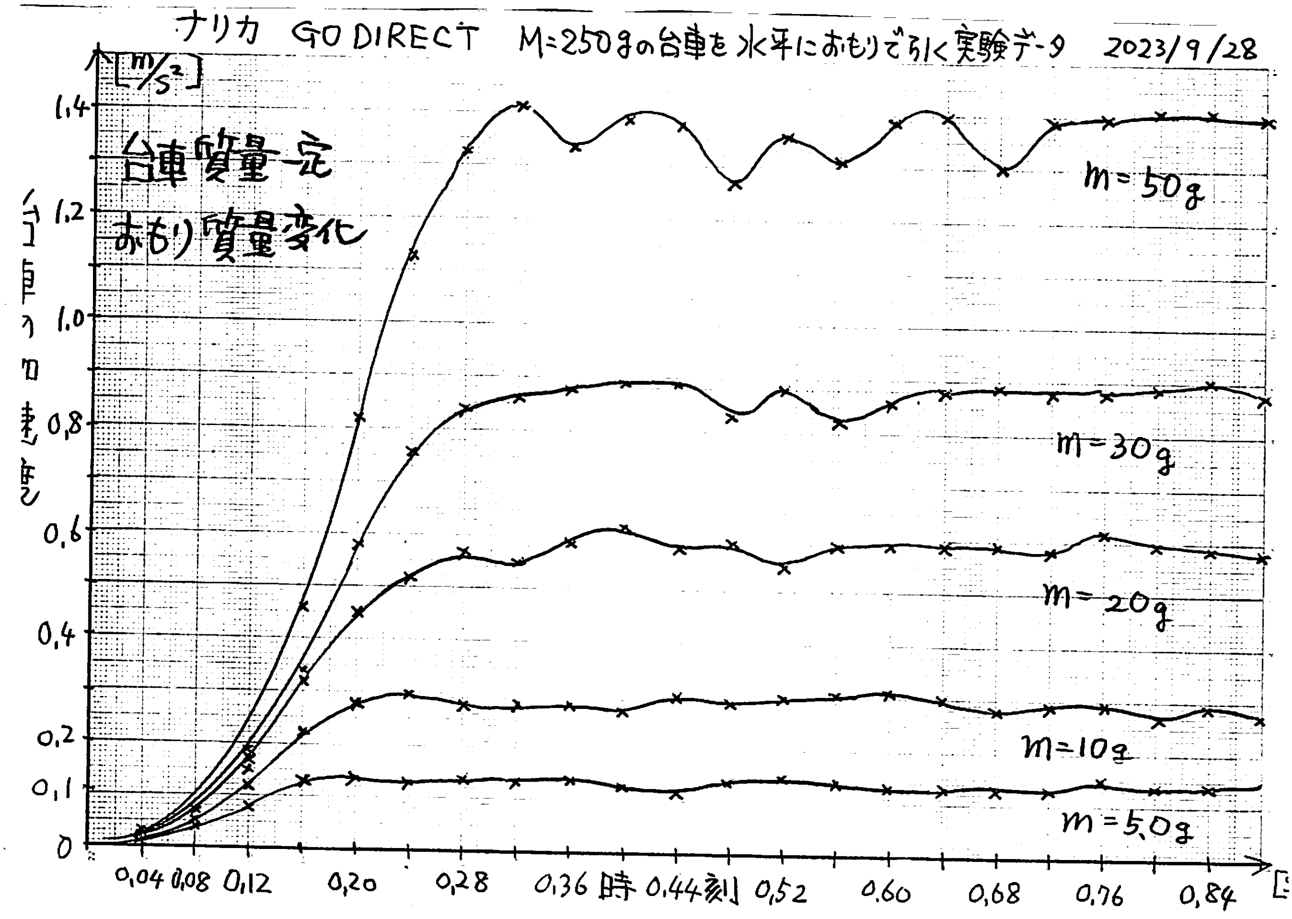
結果はどの場合も0.28秒

位立ち上がりにかかるので、

まさつの大きい滑車の場合は

gの値に影響がありそう。


ナリカ GO DIRECT 台車を水平におもりで引く実験データ
おもり50g一定
台車質量変化
台車 290g, おもり50g
台車 540g, おもり50g
台車 790g, おもり50g
加速度 [m/s²]
時刻 [s]
0.04 0.08 0.12 0.20 0.28 0.36 0.44 0.52 0.60 0.68 0.76 0.84
0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5


ナリカ GO DIRECT M=250gの台車を水平におもりで引く実験データ 2023/9/28
台車質量一定
おもり質量変化
m=50g
m=30g
m=20g
m=10g
m=5.0g
台車の加速度 [m/s²]
時刻
0.04 0.08 0.12 0.20 0.28 0.36 0.44 0.52 0.60 0.68 0.76 0.84
0 0.1 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4

結論

・慣性モーメントと軸の摩擦の少ない

滑車を用いれば　黒板での演示実験で

$h=1.2\,m$，生徒10人がストップウォッチ，で

$g \fallingdotseq 9.4\,m/s^2$ 位は求まる。

・実験卓で各班で実験の時は

$h=0.5\,m$，ビースピを用いると

ふらつきの少ないデータを求めることが

できるが，gの値は低く出るので

軸の摩擦を考えることになる。