

# 身近なコイルのインダクタンス

山本明利

## きっかけ

コイルを使った電磁石やモーターなどの教材は小学校の頃からおなじみだし、中学校でも電磁誘導を学ぶ。生活の中でも多用されているコイルだが、なぜか高校物理ではなじみが薄い。コイルは物理基礎では発電と送電に関して定性的に触れる程度、4単位物理でも後半の交流のあたりでちょっと登場するだけだ。

最近、子ども用のラジオ工作教材を設計する必要があるあって、LC共振回路を少しいじったのだが、自分自身、この歳になるまで回路素子としてのコイルのイメージがほとんどつかめていなかったことに気がついた。例えば手巻きコイルを巻いたとき、その自己インダクタンス $L$ がどのぐらいのオーダーなのか見当もつかなかったのである。これでは教材設計ができない。

そこで、秋月のLCメーター (DM6243、¥2450) を入手して、手元にあったコイルの $L$ を片っ端から測ってイメージづくりをした、というのが事の始まりである。

## 使用したコイルと測定結果

まず、LCメーターが信頼に足るものかどうか、数値の分かっている回路素子の $L$ を測ってみた。333J ( $33 \times 10^3 \mu\text{H} = 33\text{mH}$ ) と表記のあるフェライトコアインダクターで右図のような測定値なので、まあ妥当と判断した。



以下、測定してみた身近なコイルは、ナリカのコイルセット (鉄芯付属) (左下図)

- A : 200 回巻き (鉄芯なし)
- B : 400 回巻き (鉄芯なし)
- C : 200 回巻き (鉄芯あり)
- D : 400 回巻き (鉄芯あり)

ナリカのホルマル線をリールのまま両端を引き出してコイルとしたもの (右下図右側)

- E : ホルマル線 (0.5φ、20m、コイル内径 63mm、外径 73mm、約 90 回巻き)

ミシンの下糸用プラスチックボビンにポリウレタン線を巻いた自作コイル (右下図左側)



- F : 自作ボビンコイル (200 回巻き)
- G : 自作ボビンコイル (300 回巻き)
- H : 自作ボビンコイル (500 回巻き)
- I : 自作ボビンコイル (1000 回巻き)

PVCコード (ビニル導線) を束のままコイルに見立てたもの (芯線 0.12φ、長さ 10m、約 35 回巻き) を測定しながら輪を変形

J : PVCコード (束のまま楕円形) 短直径 20mm、長直径 120mm

K : PVCコード (束のまま長方形) 短辺 40mm、長辺 110mm

L : PVCコード (束のまま正方形) 1 辺 70mm

AMラジオ用に自作した紙皿スパイダーコイル 2 種 (ホルマル線 10m 使用) (右図)

M : たんけん工房型 (直径 150mm 丸形)

N : 科学少年団型 (160×160mm 正方形)

(Mは約 20 回巻き、Nは約 15 回巻き)

である。

測定結果とコイルの寸法の詳細データは別紙 1 : 「身近なコイルのインダクタンス」にまとめた。加えて、別紙 2 に「磁気回路関係公式集」を収録した。以下、これらを参照しながら考察を加えていく。



### L の巻数依存性

公式集に示すように、コイルの自己インダクタンス  $L$  は大まかに言って巻数  $N$  の 2 乗に比例する。式③では  $N$  に比例するように見えるが、磁束  $\Phi$  も  $N$  に比例するので 2 乗に比例となるわけだ。最も簡単なソレノイドの場合は高校物理でも扱い、式⑥のような表現になる。電気工学の方面では式⑩のような書き方もするが同じ意味である。

巻数依存性を見るために、別紙 1 では  $L/N$  と  $L/N^2$  の欄を設けた。後者に注目すると、A と B のコイルは巻数以外のパラメータは同じなので  $L/N^2$  の値はほぼ等しくなる。C と D の比較も同様である。G, H, I のグループは、同じボビンに太さの違うポリウレタン線を巻いて、コイルの内径、外径がほぼ等しくなるように作製したコイルで、巻数だけが異なる。このグループでも  $L/N^2$  の値はほぼ等しくなる。これらに比べ、F は同じボビンを用いているので内径は等しいが、外径が異なる。 $L/N^2$  の値が他の 3 つと異なるのは外径が関係していると考えられる。

このように、巻数  $N$  は  $L$  に大きく効いてくることがわかる。

### 鉄芯の影響

鉄芯の影響は A, B のグループと C, D のグループを比較すると類推できる。同じコイルで鉄芯のあるなしを比べると、鉄芯ありの方が 6 ~ 7 倍の値を示す。この値は個人的な感想としては予想より小さい印象だ。もっと劇的に大きくなるかと思ったが、10 倍以下のオーダーというのは意外だった。

## サイズの影響

サンプルとしたコイルの形状がまちまちなので、サイズへの依存性を調べるのは難しい。公式集のソレノイドの例を見れば、 $L$ はコイルの断面積 $S$ に比例、長さ $l$ に反比例となりそうだが、別紙1のデータで評価する限りは、サイズが大きくなれば $L$ も大きくなるという増加関数的な傾向があることがわかる程度で、面積に比例とまでは言い切れない。

電気工学の本をひもとくと、断面半径 $a$ の導線を半径 $R$ の円輪状に1回巻きしたコイル（平面円形コイル）の自己インダクタンスは

$$L = \mu R \left( \log \frac{8R}{a} - \frac{7}{4} \right) \quad \text{または} \quad L = \mu R \left( \log \frac{8R}{a} - 2 \right)$$

なる式で求められるとある。前者は導線断面に一樣に電流が流れる場合、後者は表皮効果が大きい高周波の場合だそうだ。いずれにせよ括弧内を定数とみると、 $L$ は円輪の半径 $R$ におおむね比例ということになる。別紙1のデータはそれを支持するようにも見える。

コイル面積の依存性はこんな実験で調べられる。J, K, Lは細いビニル導線(0.12φ、長さ10m)を束をほどかないままで導線が囲む図形を変形させて $L$ を測定したものである。つぶれているときは140~150μH程度、四角く広げると180~190μH程度の値を示す(下図)。面積に比例とも半径に比例とも言えないが、サイズに対して増加関数的な依存性があることはわかる。

MとNは共に紙皿に長さ10mのホルマル線を巻いたスパイダーコイルである。前掲の図のように面積はだいぶ違うが、 $L$ の値はそれほど差がない。サイズが大きくなった分、巻数が減って相殺されているわけだが、 $L$ が $R$ に比例するとすればつじつまが合う。



## まとめ

コイルの自己インダクタンスが解析的に求められるケースはかなり限られる。ソレノイド以外は高校物理の手には負えない。ソレノイドも十分長い場合を除いては厳密な議論ができないから、つまるところ実際に測ってみるほかはない。コイルに対する感覚は工学的に実測を繰り返しながら身に付けていくのが良さそうだ。今回の一連の測定で実感したことは、手巻きで工作するような身近なコイルの $L$ は、およそ0.1~10mHのオーダーであって、巻数 $N$ が非常に重要なパラメータであるということだった。

## 別紙1：身近なコイルのインダクタンス

2024/12/12 山本明利

| 記号 | コイルの名称                     | 実測L ( $\mu$ H) | 巻数N(回) | L/N( $\mu$ H) | L/N <sup>2</sup> ( $\mu$ H) | 線直径(mm) | サイズ(mm)  | 面積(mm <sup>2</sup> ) |
|----|----------------------------|----------------|--------|---------------|-----------------------------|---------|----------|----------------------|
| A  | ナリカコイルセット (200回、鉄芯なし)      | 168            | 200    | 0.84          | 0.0042                      | 0.5     | 12~14×24 | 113                  |
| B  | ナリカコイルセット (400回、鉄芯なし)      | 757            | 400    | 1.89          | 0.0047                      | 0.5     | 12~17×24 | 113                  |
| C  | ナリカコイルセット (200回、鉄芯あり)      | 1182           | 200    | 5.91          | 0.0296                      | 0.5     | 12~14×24 | 113                  |
| D  | ナリカコイルセット (400回、鉄芯あり)      | 4200           | 400    | 10.50         | 0.0263                      | 0.5     | 12~17×24 | 113                  |
| E  | ナリカホルマル線 (リールのまま)          | 1163           | 90     | 12.92         | 0.1436                      | 0.5     | 63~73    | 3116                 |
| F  | 自作ポピンコイル (200回、ポリウレタン線)    | 233            | 200    | 1.17          | 0.0058                      | 0.2     | 9~12×8   | 64                   |
| G  | 自作ポピンコイル (300回、ポリウレタン線)    | 752            | 300    | 2.51          | 0.0084                      | 0.29    | 9~17×8   | 64                   |
| H  | 自作ポピンコイル (500回、ポリウレタン線)    | 2040           | 500    | 4.08          | 0.0082                      | 0.2     | 9~16×8   | 64                   |
| I  | 自作ポピンコイル (1000回、ポリウレタン線)   | 8540           | 1000   | 8.54          | 0.0085                      | 0.16    | 9~17×8   | 64                   |
| J  | PVCコード (0.12φ、10m) 束のまま楕円  | 143            | 35     | 4.09          | 0.1167                      | 0.12    | 20×120   | 2400                 |
| K  | PVCコード (0.12φ、10m) 束のまま長方形 | 183            | 35     | 5.23          | 0.1494                      | 0.12    | 40×110   | 4400                 |
| L  | PVCコード (0.12φ、10m) 束のまま正方形 | 191            | 35     | 5.46          | 0.1559                      | 0.12    | 70×70    | 4900                 |
| M  | たんけん工房・紙皿スパイダーコイル(10m)     | 113            | 20     | 5.65          | 0.2825                      | 0.4     | 150      | 17663                |
| N  | 科学少年団・角紙皿スパイダーコイル(10m)     | 100            | 15     | 6.67          | 0.4444                      | 0.4     | 160×160  | 25600                |

サイズの表記は、a~bとあるものは、aが内径、bが外径で共に直径である。~による表記のないものは基本的に内径で評価した。

サイズの表記にc×dとある場合、ソレノイド (A~D、F~I) の場合はcが内径・外径、dがソレノイドの長さを表し、

平面的コイル (EおよびJ~N) の場合は、コイルが囲む図形の縦横寸法を表す。

面積は基本的にコイルが囲む図形の寸寸を元に算出した。

## 別紙 2 : 磁気回路関係公式集

ファラデーの法則  $V = -N \frac{d\Phi}{dt}$  (N: 巻数、 $\Phi$ : 磁束) ①

自己誘導の式  $V = -L \frac{dI}{dt}$  (L: 自己インダクタンス、I: 電流) ②

これらから  $N\Phi = LI$  ( $N\Phi$  を磁束鎖交数という) ③

例: ソレノイドの場合 (N: 巻数、n: 巻数密度、l: 長さ、S: 断面積)

磁束密度  $B = \mu nI$  ④

磁束  $\Phi = BS = \mu nSI$  ⑤

自己インダクタンス  $L = \frac{N\Phi}{I} = \mu n^2 lS = \frac{\mu N^2 S}{l}$  ⑥

※トロイダルコイルも同じ式になる。

(電流回路のアナロジー)

ホプキンソンの法則  $F_m = R_m \Phi$  ⑦  $\Leftrightarrow V = RI$  オームの法則

$F_m$ : 起磁力 (A)  $F_m = \int H dl$

$R_m$ : 磁気抵抗 (リラクタンス) (A/Wb)

$P = 1/R_m$ : パーマニヤンス (H) ⑧  $\Leftrightarrow \sigma = 1/R$  コンダクタンス (S)

例: ソレノイドの場合

$F_m = \int H dl = nIl = NI$  ⑨

$R_m = \frac{NI}{\Phi} = \frac{nI}{\mu nSI} = \frac{l}{\mu S}$  ⑩  $\Leftrightarrow R = \frac{\rho l}{S}$  直流抵抗

$L = \frac{\mu N^2 S}{l} = \frac{N^2}{R_m}$  ⑪ インダクタンスは巻数の二乗に比例、磁気抵抗に反比例