

111. 総合的な学習の課題としての人工虹

1. 点光源による人工虹

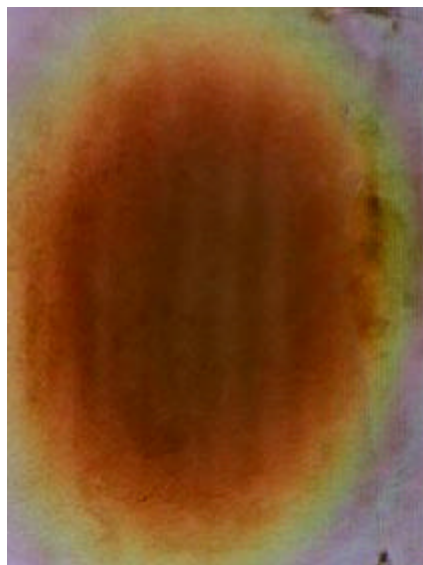
IIで紹介した虹スクリーンは太陽光のような平行光線またはOHPなどそれに近い光源のもとで、天然の虹を模擬することもできるが、点光源を用いるとより発展的な扱いが可能になる。このとき生じる人工虹は、平行光線によって生じる天然の虹では見られない興味深い振舞いをする。点光源によって虹スクリーン上に生じる人工虹の見え方は、「虹トラス」の概念によって統一的に説明されている¹⁾。以下ではその概要と学習課題としての可能性について述べる。

点光源のもとで観察される人工虹は、小・中学校はもとより、高等学校の理科の探究活動や総合的な学習の教材としても活用し得る話題を豊富に含んでいる。

2. 裏虹の発見

フィラメントの短い電球(100Wクリヤー電球等を使用、すりガラスの電球は不適)のような点光源で虹スクリーンを照らし、視点をいろいろに変えて観察すると、虹は必ずしも円形ではなくなる。点光源を虹スクリーンから離して、両者の間に視点を設けると、太陽光による普通の虹と似た位置関係になり、正常な虹が観察できる。点光源を虹スクリーンに近づけてその背後のから観察すると、電球をとりまくように「立体虹」虹が見えることは前述した²⁾。この虹も赤が外側の正常な虹で、虹輪の内側が明るいのも普通の虹と同じである。

ところが、虹スクリーンから30cmほど離して電球をおき、目と電球をスクリーンに平行に配置して、頬が電球



【図1】裏虹(内部が暗い)

の熱を感じるぐらい光源と目を近づけていくと奇妙なことが起こる。赤が内側、紫が外側になったいびつな虹の輪が見えてくるのである。しかも中心が暗く外側が明るい・・・ちょうど正常な虹を内外裏返した感じであるが、楕円に似た形で幅が広い

のが特徴である(図1)。観察にはできるだけ広い虹スクリーンを用いるとよい。

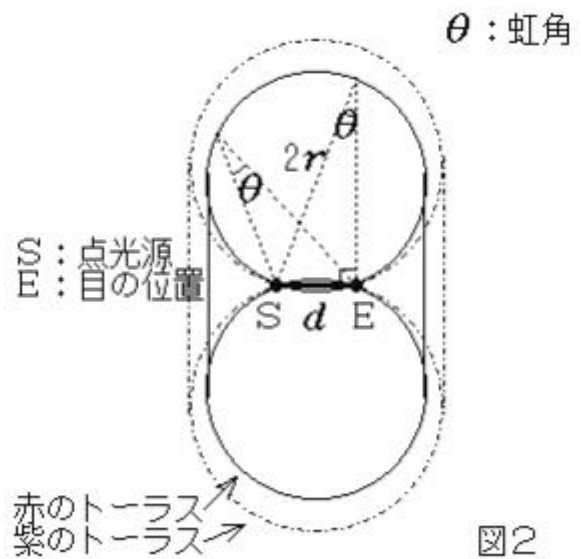
色の配置は逆順だが、これはいわゆる副虹(2次の反射光による虹)ではない。視点を移動することにより、前述の正常な虹から連続的に変化して裏返るのが見える。これは主虹と同じ種類の虹である。

以下ではこの裏返しの虹(赤が内側で紫が外側、赤の内部が暗い)を「裏虹 reverse bow」と呼ぶ。これに対し、天然に見慣れた赤が外、紫が内で内部の明るい虹をここでは「正常虹 normal bow」と呼ぶことにする。裏虹は正常虹と連続的に移り変わる1次の虹である。裏虹は太陽光のような平行光線では決して観察することはできない、点光源ならではの現象である。点光源による虹はどういう条件を満たして観測されるのだろうか。

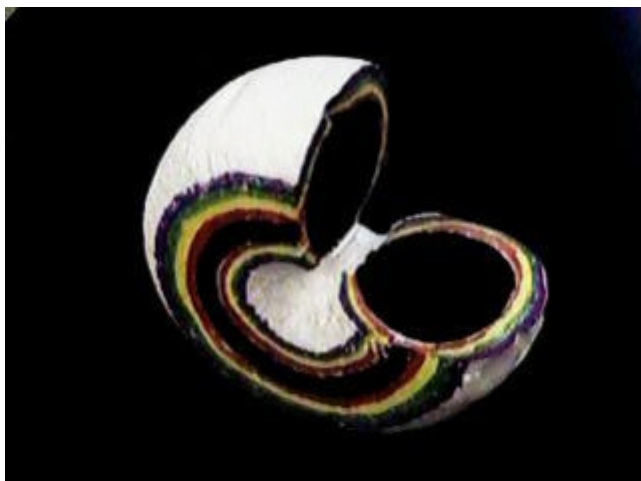
3. 虹トラス理論の概要

点光源を虹スクリーンから有限の距離に置き、光源・スクリーン・目の位置関係をさまざまに変えて人工虹を観察するものとする。図2で、Sを光源、Eを観察者の目とする。虹角 θ を満たす点の集合は、SEを含むある平面内では線分SEを弦に持つ円周上にある。いわゆる「円周角の定理」である。正確に言うと、弦SEに対する円周角が虹角 θ であるような円周上の点は、そこに虹ビーズがあるとき虹が見える位置になる。

実際にはこのような点は空間図形として分布していて、上記の円をSEを通る直線を軸にぐるっと回転させてできる「穴のつぶれたトラス」状(膨らんで中心のあながふさがってしまったできそこないのドーナツを想



【図2】虹トラス(回転軸SEを含む断面)



【図3】虹トーラスの立体模型と断面

像するとよい)の立体を形成する。これを「虹トーラス bow torus」と呼ぶことにする。図3は虹トーラスの外形と断面の立体模型である。

点光源が平面の虹スクリーンに作る虹の形を求める問題は、このトーラスを虹スクリーンという平面で切る時の切り口の形状を考えるという幾何学的問題に置き換えることができる。なお、この円の半径は虹角が色により異なるため、赤でやや小さく紫でやや大きくなるが、各円は必ずSとEで交わる。

図2で光源と目の距離SEをd、虹角を θ とすると、円の半径rは、

$$r = \frac{d}{2\sin\theta} \quad \dots\dots(1)$$

である。虹ビーズでは赤の光については虹角は約 17° であるから、 $\sin 17^\circ = 0.29$ により

$$r_R = 1.7d \quad \dots\dots(2)$$

同様に紫については虹角が約 14° であることから、

$$r_V = 2.1d \quad \dots\dots(3)$$

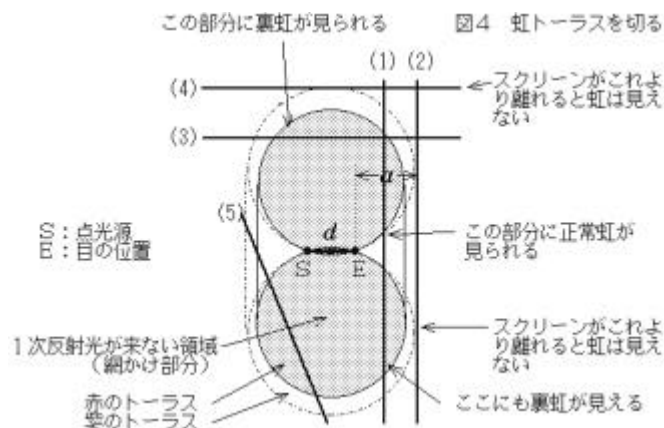
となる。虹トーラスのサイズはこうして決定する。

虹トーラスを虹スクリーンで切った断面が、観察される人工虹に相当することは上に述べた。この点について、より詳しく考察してみよう。

正常虹は図4(1)のようにスクリーンを配置した時に中心付近に円形に観察される。紫のトーラスとスクリーンの交線は赤のそれより内側にくる。つまり赤が外、紫が内側になる。正常虹はスクリーンが図4(2)の位置より離れると観察できない。図中aで示す観察限界距離は虹ビーズの場合

$$a = r_V - 0.5d = 1.6d \quad \dots\dots(4)$$

で与えられる。このような観察限界距離が存在すること



【図4】虹トーラスを切る

も点光源による人工虹ならではの事情である。なお、図形は左右対称だから、平面(1)を光源S側に持ってきても光源をとりまくように正常虹(立体虹となる²⁾)が見られる。

一方、線分SEに平行に、図4(3)のようにスクリーンを配置するとやはり虹が見えるが、このときは紫のトーラスとスクリーンの交線は赤のそれより外側に来る。つまり赤が内側の裏虹が観測されることになる。この場合もスクリーンが(4)の位置より離れると虹は見えなくなる。虹ビーズの場合は大まかに言ってこの距離は円の直径の程度である。したがって、式(2)(3)によれば、光源と目の間隔dを10cm程度としたときは、虹スクリーンはそれぞれから40cm以内の距離になれば裏虹は見られないことになる。

さらに付け加えれば、赤のトーラスの立体内部の点は、SEを見込む角が虹角 17° を越えるので、この領域からは反射光はやってこない。したがって正常虹の内部は明るく、裏虹の内部は暗くなる。

図4(1)のような位置からスクリーンをしだいに傾けて(3)の位置までもっていく途中、例えば(5)のように斜めにトーラスを切る位置で、正常虹は連続的に裏返って裏虹の一部を構成するようになる。裏虹の裏虹たる所以である。

4. 学習課題としての人工虹

以上のように、点光源によって虹スクリーン上に現出される人工虹の振る舞いは、中学・高校程度の幾何学で容易に説明でき、数学の学習課題としてもおもしろい。もともと室内で手軽に虹を観察し、その原理を学べる理科教材として脚光を浴びた虹スクリーンだったが、こうして探求を深めてくると、物理現象と数学の密接な関係にも自然に気づくことになる。

自然との関わり、ミクロな機構でマクロな現象を説明する過程、光と色の物理、数学的に美しい原理・・・虹はもともと総合教材としての要素を豊富に秘めている。さらにいえば、虹の秘密を解き明かしてきたデカルト、ニュートン、ヤング、エアリーらの業績に綴られる科学史の流れや文化史的な興味など、虹の世界は奥が深い。このへんの話題は最近出版された文献3)に集大成されている。

新指導要領のもとで始まる「総合的な学習の時間」では、教科や教科書の枠組みを越えた課題学習が可能になり、また求められている。「虹」は上記の意味で総合的な学習のテーマにうってつけだと思う。虹スクリーンの人工虹も、おもしろ理科工作にとどめずに、さらに発展的な取り扱いを工夫してみてもはどうだろうか。光源・虹・視点を結ぶ角が常に一定(虹角)となることに実験的に気づかせるだけでも探求の糸口が開けるだろう。その先の話題は豊富にある。

本稿をしたためつつあった2000年4月、数学セミナー5月号に真島秀行氏(お茶の水大学理学部数学科)の「虹にまつわる数学」という記事が載った⁴⁾。数学に興味を持つ高校生を、虹の美しい写真と簡潔明快な解説により大学レベルの数学の世界へといざなう記事であった。氏は数学科の講義においても、虹スクリーン上に見られる過剰虹などを教材に学生の興味を喚起しておられるとうかがい、大変心強かった。

小学校で虹の美しさに心を惹かれ、中学校でその不思議の入り口にたどり着き、高校で数学的原理の美しさを知り、やがて大学での学問へと連なる・・・虹を追いかける総合的な学習はあながち夢物語ではないだろうと思う。

5. 取り組みを回顧して

筆者と虹ピースとのつきあいはNIFTY-SERVE【理科の部屋】での浜崎氏との劇的な出会いを機に始まった。以来、虹トーラス理論や虹のトンネルを生み出した人工虹の探求活動は常にYPC(横浜物理サークル)や【理科の部屋】の仲間と共に行われてきた。サークルの例会やパソコン通信を通じて情報交換しながら、実験を工夫し、推論し、議論をつみあげる中で、ここで総括してきたような教材が生み出されてきたのである。

「青少年のための科学の祭典・全国大会」での虹のトンネルの製作・展示を支援してくれた多数の生徒諸君の存在も忘れることができない。これらの仲間や生徒たちとの交流は、私にとってよい刺激であり元気のもとであった。本稿を閉じるにあたり関係の方々から感謝し

たいと思う。

YPCの虹を追いかけた取り組みの成果は参考文献5)に集大成してある。光の物理と幾何光学を実験で綴った教材集である。機会があればご覧いただきたい。

参考文献

- 1)山本明利：点光源による人工虹の理論,物理教育通信,84(1996)pp.9-15
- 2)右近修治：3D人工虹,物理教育通信,84(1996)pp.16-17
- 3)西條敏美：虹-その文化と科学,恒星社厚生閣(1999)
- 4)真島秀行：虹にまつわる数学,数学セミナー,2000年5月号pp.64-68
- 5)平野、花岡、喜多、右近、山本：虹をつかもう,科学の祭典CD-ROM「原子の世界へ旅立とう!」PART.3,科学技術振興財団・科学技術館(1999)