

4. 仕事とエネルギー

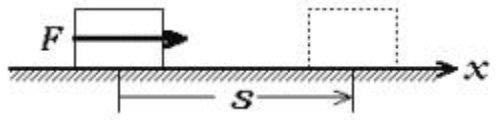
〈a〉仕事 (教科書 P.82 ~ 85、問題集 P.28 ~ 29)

仕事の定義

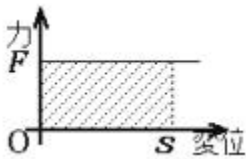
仕事 = 力 × 力の向きに動かした距離

$$W =$$

F : 一定の力
 s : 物体の変位



【問】「仕事」 W は $F - s$ グラフのどの部分に相当するか。



力の単位 変位の単位 仕事の単位
 $[\quad] \times [\quad] = [\quad] = [\text{ジュール}]$

【問】1 kg 重の力を加えて物体を力の向きに 1 m 動かすときの仕事を、中学では 1 kg 重・m と教わった。1 kg 重・m は何 J か。

【問】質量 10kg の物体が重力を受けながら 10m 落下するとき、重力のする仕事は何 J か。 $g = 9.8\text{m/s}^2$ とする。

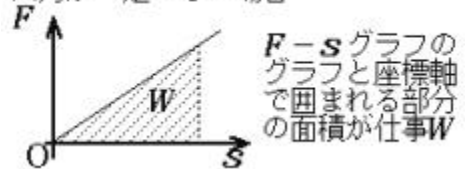
仕事の定義の拡張

力の向きと運動方向が逆の場合

力 F 、変位 s に \pm の符号をつけて方向を表し、同じ式 $W = F s$ を適用する。

仕事 W が負になる場合もある。

★力が一定でない場合



【問】仕事を負になる具体的な事例を示せ。

【問】運動摩擦係数 μ の水平面上を質量 m の物体が距離 s だけ滑るとき、摩擦力のする仕事はいくらか。

【問】ばね定数 k のばねを自然の長さから x だけ引き伸ばすために必要な仕事を求めよ。

平面内の運動における仕事

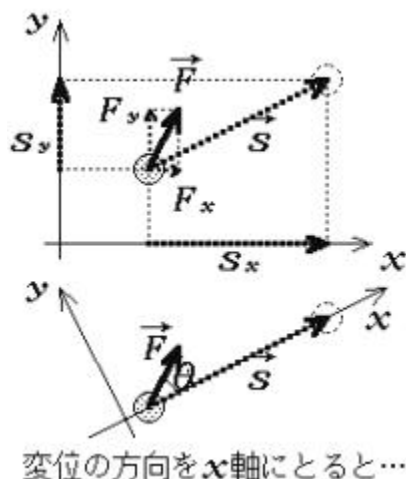
$$W = F_x s_x + F_y s_y$$

F_x 、 F_y : 力のベクトルの x, y 成分 (F 一定)
 s_x 、 s_y : 変位ベクトルの x, y 成分

特に進行方向を x 軸にとると $s_y = 0$ となるから、
 x 成分のみの計算で済む。

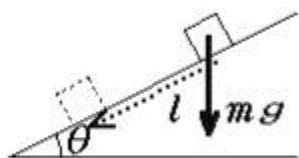
\vec{F} 、 \vec{s} のなす角を θ とすると

$$W =$$

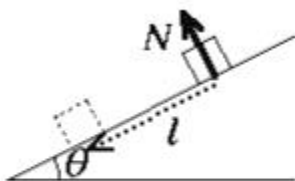


注) 仕事 W はスカラーでその値や符号は
 座標軸のとり方によらない。

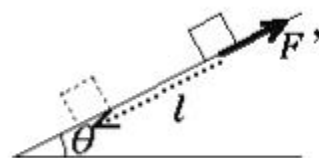
【問】粗い斜面上で物体が l だけ滑り下るとき、物体にはたらく重力 mg 、
 垂直抗力 N 、運動摩擦力 F' ($= \mu mg \cos \theta$) が物体にする仕事をそれぞれ求めよ。



重力がする仕事



垂直抗力がする仕事



摩擦力がする仕事

注) このように同じ現象でも着目する力によって仕事の値は異なるので、「
 の力がする仕事」という表現を用いなければならない。

仕事率 (1秒間あたりにする仕事)

t 秒間に W だけの仕事を
 するときの仕事

$$P = \frac{W}{t}$$

仕事率の単位 $\frac{[J]}{[s]} = [J/s] = [W]$ ワット

$$P =$$

$$W =$$

仕事の定義

力 F を加えながら
 速度 v で動かす
 ときの仕事率

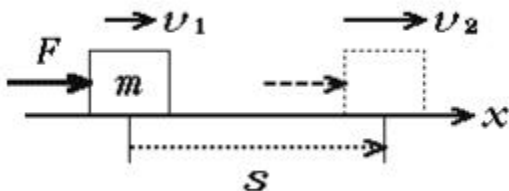
$$P =$$

$$v =$$

速度の定義

〈b〉エネルギーの原理 (教科書 P.90 ~ 91、問題集 P.30 ~ 31)

直線上を速度 v_1 で運動していた質量 m の物体が、一定の力 F を受けて加速され、距離 s を進む間に速度が v_2 になった。



運動方程式

$$ma =$$

加速度

$$a =$$

等加速度運動の速度位置関係の公式 $v^2 - v_0^2 = 2as$ より

$$v_2^2 - v_1^2 =$$

1
両辺に $-m$ をかける
2

$$-$$

仕事 W

運動エネルギーの定義

速さ v で運動する質量 m の物体の運動エネルギー
kinetic energy

$$K =$$

単位 [J] ジュール

エネルギーの原理

物体の運動エネルギーは外部からされた仕事の分増加する

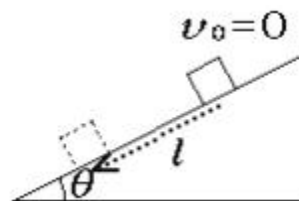
式で表すと $K_2 - K_1 = W$

運動エネルギーの増加 された仕事

【問】距離 h を自由落下した質量 m の物体は、どれだけの運動エネルギーを得るか。この間に、重力が物体に対してした仕事はいくらか。重力加速度を g とする。

【問】高さ h の所から速さ v_0 で水平投射された物体は、地面につく直前にはどれだけの運動エネルギーをもっているか。落下中にどれだけ増加したことになるか。

【問】質量 m の物体が傾き θ の粗い斜面（運動摩擦係数 μ ）にそって l だけ滑りおりた。初速度を 0、重力加速度を g とする。



運動方程式を立てて加速度を求めよ。

l だけ滑ったときの速さ v と運動エネルギー K を求めよ。

$$v =$$

$$K =$$

重力、垂直抗力、摩擦力がした仕事 W_G 、 W_N 、 W_F はそれぞれいくらか。（プリント P.24 参照）

$$W_G =$$

$$W_N =$$

$$W_F =$$

この運動でエネルギーの原理が成り立っていることを確かめよ。

運動エネルギーの増加 $K - K_0 =$

3 力の仕事の合計 $W_G + W_N + W_F =$

等しいか？

力学的エネルギー

力 エ ネ ル ギ 的 	運動エネルギー	$K =$	質量 m 、速さ v
	重力による位置エネルギー	$U =$	質量 m 、高さ h
	弾性力による位置エネルギー	$U =$	ばね定数 k 、のび x

運動エネルギーと位置エネルギーの合計を力学的エネルギーという

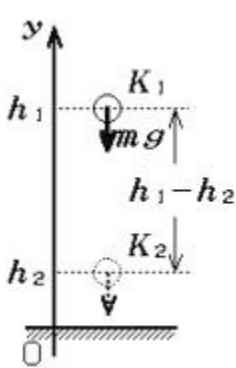
【問】物体に重力に等しい力を上向きに加えて静かに持ち上げていくとき、運動エネルギーは増加しない。手がした仕事はどうなったか。

【問】ばね定数 k のばねを静かに手で引いて x だけ引き伸ばすのに、手がする仕事はいくらか。運動エネルギーは増加しないが、手がした仕事はどうなったか。

〈c〉 力学的エネルギー保存の法則 (教科書 P.88 ~ 94、問題集 P.32 ~ 33)

$\text{力学的エネルギー} = \text{運動エネルギー} + \text{位置エネルギー}$

重力に関する力学的エネルギー保存の法則



高さ h_1 で運動エネルギー K_1 をもっていた物体が、高さ h_2 では運動エネルギーが K_2 になっていたとする。

運動エネルギーの変化
(エネルギーの原理)

$K_2 - K_1 =$

位置エネルギーの変化

$U_2 - U_1 =$

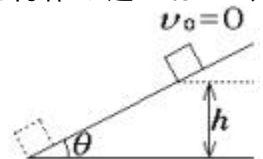
力学的エネルギー保存

--

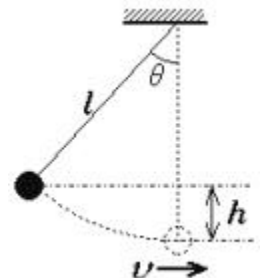
$\text{重力のみが仕事をする運動では力学的エネルギーは一定である}$

【問】 速さ v_0 で鉛直上方に投げ上げた物体が達する最高点の高さを求めよ。

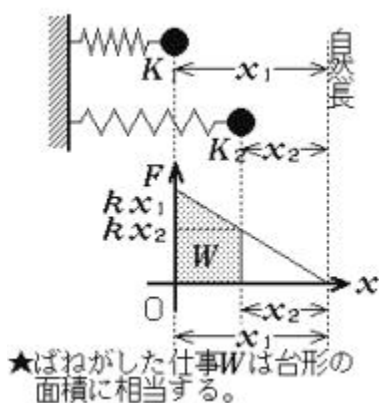
【問】 なめらかな斜面の高さ h のところから静かに滑りおりた物体の速さはいくらか。



【問】 長さ l の振り子を鉛直から角度 θ だけ傾けて手を放す。最下点での速さを求めよ。(ヒント: 高さの差 h を l と θ で表す)



ばねの弾性力に関する力学的エネルギー保存の法則



ばね定数 k のばねにおもりをとりつけ運動させる。ばねの縮みが x_1 のときの運動エネルギーが K_1 、縮みが x_2 のときの運動エネルギーが K_2 だったとする。

運動エネルギーの変化
(エネルギーの原理)

$$K_2 - K_1 =$$

位置エネルギーの変化

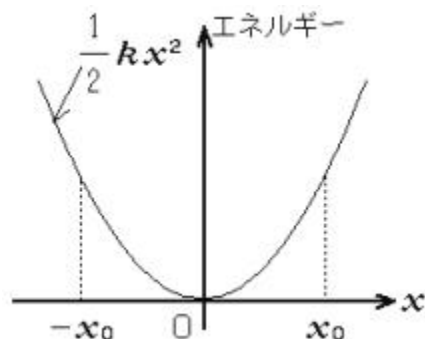
$$U_2 - U_1 =$$

力学的エネルギー保存

ばねの弾性力のみが仕事をする運動では力学的エネルギーは一定である

【作業】

ばね定数 k の水平ばね振り子が、はじめ x_0 だけ縮められていて静かに振れ始めたとする。右の図に、力学的エネルギー (= 運動エネルギー + 位置エネルギー) の値を示すグラフを書き入れよ。伸びが $x_0 / 2$ のときの運動エネルギーはどの部分で表されるか。図中に記入せよ。



【問】なめらかな水平面上で、ばね定数 k のばねに質量 m の小球を押し付けて x_0 だけ縮ませ、静かに手を放した。小球がばねを離れるときの速さを求めよ。

【問】上の問題で打ち出された小球が、滑らかな斜面を上るものとする。水平面からどれだけの高さまで達するか。重力加速度を g とする。

重力とばねの弾性力のもとでの力学的エネルギー保存の法則

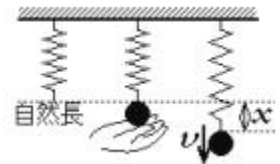
重力とばねの弾性力が共にはたらくときも、力学的エネルギーは保存する。

$$\text{運動エネルギー} + \text{重力による位置エネルギー} + \text{弾性力による位置エネルギー} = \text{一定}$$

式で表すと

注)高さ h の基準はどこにとってもよい。ばねの伸び・縮み x の基準は自然長。

【問】ばね定数 k の軽いばねを鉛直につり下げ、その下端に質量 m のおもりをつけて、ばねの自然長の状態から初速度 0 でおもりを放す。ばねが自然長のときの位置を高さの基準 ($h = 0$) にとる。



はじめの状態での力学的エネルギーはいくらか。

運動エネルギー 重力による位置エネルギー 弾性力による位置エネルギー

$$E_1 = \quad + \quad +$$

ばねの伸びが x になったときの速度を v として、このときの力学的エネルギーを表す式を作れ。

$$E_2 = \quad + \quad +$$

力学的エネルギーが保存すると考えて、ばねの伸びの最大値を求めよ。

この鉛直ばね振り子の振動の振幅はいくらか。振動の中心はばねの伸びがいくらの点か。それはどんな条件を満たす点か。

保存力と非保存力

位置エネルギーが定義でき、力学的エネルギーを保存させる力を保存力、それ以外の力を非保存力という。

保存力	重力(万有引力)、ばねの弾性力、静電気力 など
非保存力	摩擦力、空気抵抗力、垂直抗力、張力 など

力学的エネルギーが保存しない場合

保存力（重力、ばねの弾性力など）だけが仕事をする現象では、力学的エネルギー（＝運動エネルギー＋位置エネルギー）は保存する。ただし、非保存力がある場合はこの限りではない。

非保存力が仕事をする現象では、一般に力学的エネルギーは保存しない。

ただし、非保存力がはたらいていても、それがする仕事が0であれば、力学的エネルギーは保存する。つまり、力学的エネルギーは、非保存力がした仕事の分だけ増減する。

【問】次のそれぞれの場合、力学的エネルギーは保存するか、しないか。

なめらかな斜面を物体がすべり下りる。

摩擦のある斜面を物体がすべり下りる。

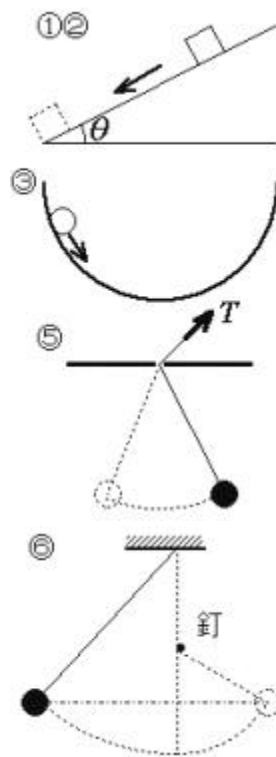
球面内を小球がなめらかにすべる。

高いところにある物体を手で支えて静かに下ろす。

揺れている振り子のひもを引き上げる。

振り子のひもの途中を釘に引っかける。

2物体が衝突して互いにはねかえる。



【？】上の各問で非保存力がする仕事によって失われた力学的エネルギーはどこへ行ってしまうのだろうか。