

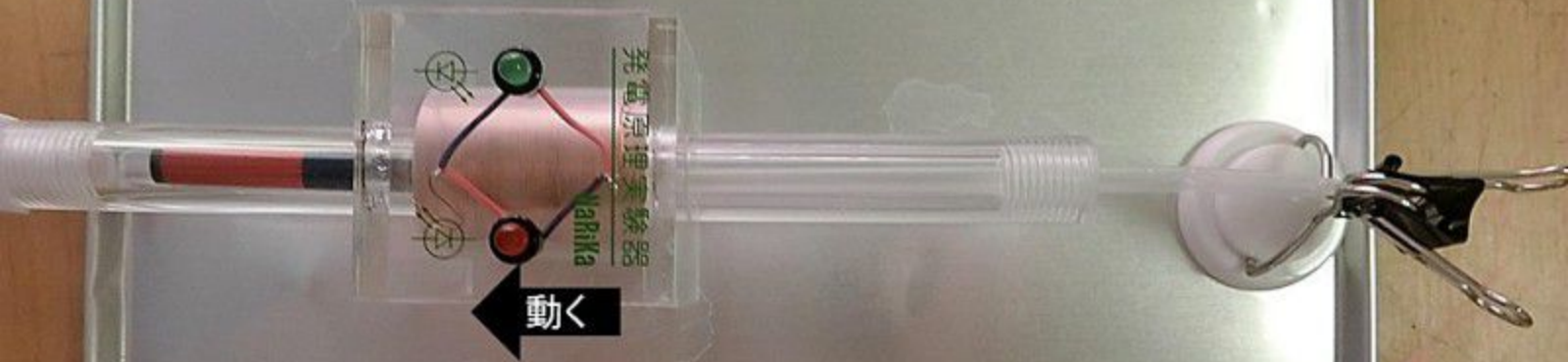
YPC2017年11月レポートより

「電磁誘導」の新発見 宮崎さんの発表

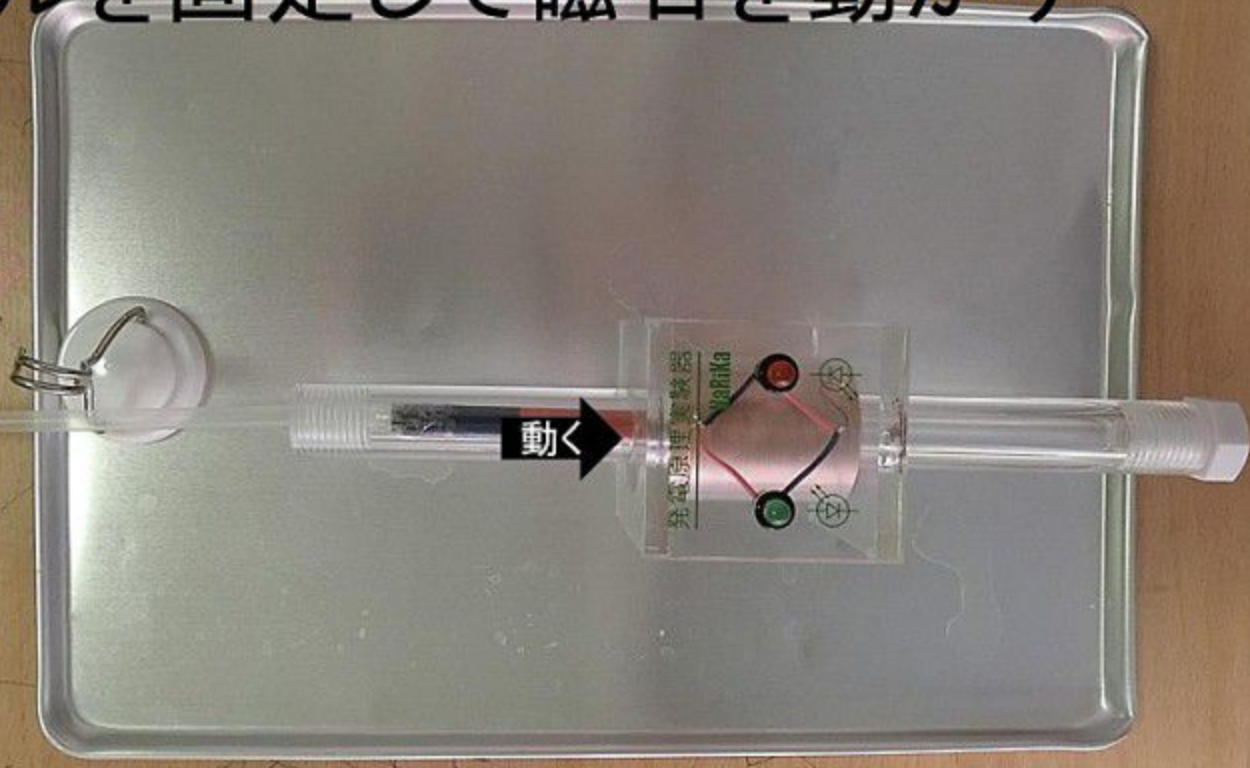
9月に筑波大学がプレス発表した、小泉裕康准教授の『[ファラデーの電磁誘導とローレンツ力はなぜ同じ起電力を与えるのか](#)』の紹介。磁場中の抵抗を含むコの字形導線上で金属棒を動かすと起電力が生じ、電流が流れる。高校物理ではおなじみの問題だが、この現象の解釈には、ファラデーの電磁誘導によるものとローレンツ力によるものの2通りがあり、教科書でも紹介されている。

宮崎さんは生徒の時から教師を退職した今に至るまでこれを不思議に思っていた。これらの現象は全く異なる事象のように見えるのだが、何のことわりもなく、「どちらでも解けますよ。」というのには抵抗を感じていたようだ。筑波大の発表はその疑問に答えるものだとは思いますが、このままでは高校の授業では使えない。「どなたか高校レベルで教えてください。」とは宮崎さんの声。

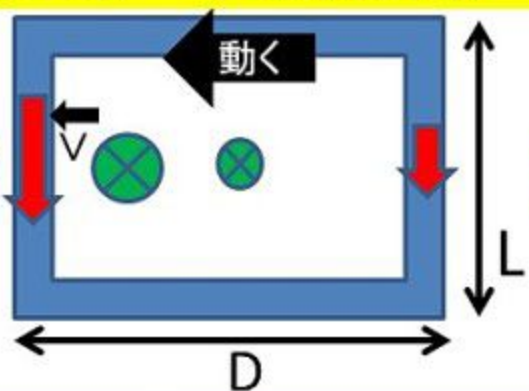
磁石を固定してコイルを動かす



コイルを固定して磁石を動かす



直線電流 I はその周囲に磁場 H を作る。 r 離れた位置では $H = \frac{I}{2\pi r}$ 、であって磁束密度 B は $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ である。これによって、速度 v を持っている電荷 q にローレンツ力 F をおよぼす。
 $F = q(v \times B)$ (×は外積を示す)

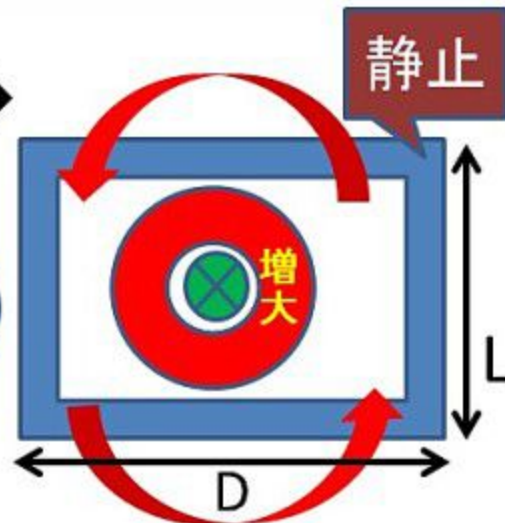


静止している磁束密度 B の中で、コイルは v で動いているので、その中の荷電粒子 q は、 B からローレンツ力 F を受ける。それは新たな「仮想的電場」とも言える。その方向は磁束密度 B にも v にも垂直な方向（紙面下向き）である。

静止

ファラデーの法則
 磁束密度の変化は電流を誘導する。

動く



静止

レンツの法則
 静止しているコイル内（閉回路）において、外部からの磁束 Φ が変化すると、それを妨げるように起電力（電圧） V_{em} が誘導される。

$$V_{em} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

1.2 電磁気学の不思議

電磁気学で、種々の定理法則が、最終的にマクスウェル方程式に集約されていくところはとても感動的で美しい。

1.2.1 ある演習問題

でも、具体的な演習問題を解くと不思議なことに気がつく。電流を流した導線の近くにコイルを置く。当然磁場が出来ている。便宜上、コイルは縦の辺 L 、横の辺 D の長方形とする。さて、電流を流すにはどうしたらよいか？その方法を提案し、起電力（電圧）を求めよ。

a. ローレンツ力

P 雄君：コイルを導線に向かって動かせばよい。導線に垂直に動かすとする。初めの位置での導線とコイル左側との距離を r_0 とする。コイル内の荷電粒子が速度 v で動く。導線が作った磁場

$$H = \frac{I}{2\pi r} \quad (1.1)$$

が紙面の表面から裏面へかかっているから、ローレンツ力によって荷電粒子は下（または上）に動く。これが起電力（電圧）の発生の起因となる。磁場の空間分布は全然変化していない。導線から距離 r 離れた位置での磁束密度 $B(r)$ は

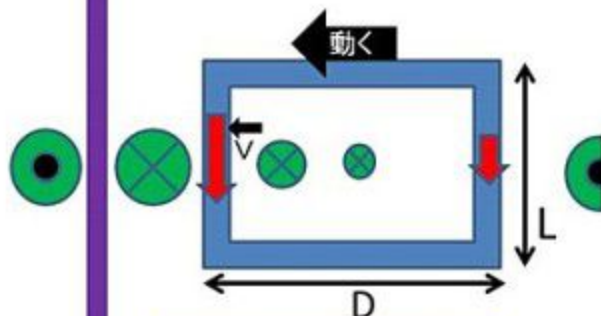
$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (1.2)$$

と書ける。ローレンツ力の大きさは $F = qvB$ なので、それによって生まれる電場は $E = F/q = vB$ となる。起電力（電圧） V_{em} は電場にその電場の動く長さを掛けたものなので

$$V_{em} = EL = vBL \quad (1.3)$$

である。導線に近い辺は回路に反時計回りの電圧を与え、導線から遠い辺は時計回りの電圧をあたえるので、それらの総計は

Biot-Savartの法則：電流は磁束（密度） B を作る。Maxwellの方程式： $\text{rot } H = I$
 B は電荷 q の動き v に力 F をおよぼす。
 ローレンツ力： $F = q(v \times B)$



静止している磁束密度 B の中で、コイルは v で動いているので、その中の荷電粒子 q は、 B からローレンツ力 F を受ける。
 方向は磁束密度 B にも v にも垂直な方向である。



$$V_{em}(t) = vL[B(r_0 - vt) - B(r_0 - vt + D)] = \frac{\mu_0 v L I}{2\pi} \left[\frac{1}{r_0 - vt} - \frac{1}{r_0 - vt + D} \right] \quad (1.4)$$

となる。純粋にローレンツ力の計算である。

b. 電磁誘導

Q 子さん：導線を動かす。コイルの中で磁場の空間分布が変化する。そこで、電磁誘導レンツの法則

$$V_{em} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (1.5)$$

から、その磁場（磁束 Φ ）の変化を妨げるように起電力（電圧）がかかる。微積分を使うけれど、機械的に解ける。コイルの上辺あるいは下辺のある位置 x での、ある時刻 t での磁束密度は

$$B(t, x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_0 - vt + x} \quad (1.6)$$

なので後はここから磁束 Φ を得るために回路のある面での空間積分を行い、それを時間微分をする。面といっても長さ L の縦方向には一定なので、横方向にゼロから D まで以下のように積分すればよい。

$$\Phi(t) = L \int_0^D B(t, x) dx = -L \frac{\mu_0 I}{2\pi} [\log(r_0 - vt) - \log(r_0 - vt + D)] \quad (1.7)$$

あとはこれを時間で微分する。つまり、電磁誘導による起電力（電圧）として、

$$V_{em}(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = L \frac{\mu_0 I}{2\pi} v \left[\frac{1}{r_0 - vt} - \frac{1}{r_0 - vt + D} \right] \quad (1.8)$$

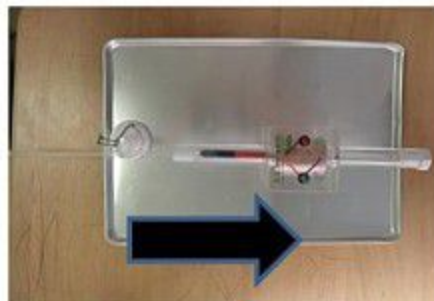
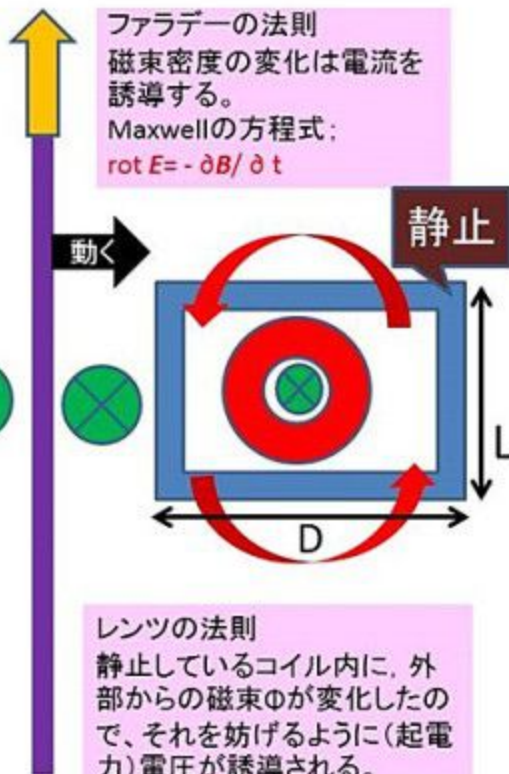
が得られる。

e. 二人の計算の比較

P 雄君：僕の場合は、磁場の空間分布は全然変化していないローレンツ力の話。だから電磁誘導じゃあないね。別の仕組みを提案したわけだ。

あれ！ 僕の答は Q 子さんの答と同じになっている。僕はコイルの左端棒と右端棒の差で考えたけれど、Q 子さんは長方形の定積分で求めている。なぜ、一致するのだろうか？

使った法則・定理が違うのに同じ答になったということは、実は区別は人間



の都合であって、自然現象としては同じであることを意味している。

P 雄君は回路の上から下に向かって電場が存在するかのようになっている。回路が運動しているために「見かけの電場」が出来たとしている。それに対して Q 子さんは導線の方を動かしている。つまり、P 雄君の系に対して速度 v で動いている系に乗っている。そうすると、P 雄君の「見かけの電場」が実在してくるわけである。

P 雄君にとっての E, B に対して、速度 v で運動している Q 子さんの電場 E' 、磁束密度 B' は

$$E' = E + v \times B, \quad B' = B \quad (1.9)$$

ということになる。ここで、 \times は外積を示す。

結局、電場 E と磁束密度 B は「独立な量で観測者の運動に無関係なもの」ではなく、運動する観測者から見ると B が E に変わって見えることを意味している。

d. 数学では

二つの方法を数学でふり返ってみよう。P 雄君のは、要するに

$$V(x, y) = \frac{1}{A + y + x} \quad (1.10)$$

である。それに対して、Q 子さんは x で積分して

$$\int \frac{dx}{A + y + x} = \log(A + y + x) + C \quad (1.11)$$

を得、さらに y で微分して、

$$\frac{d}{dy} \log(A + y + x) + C = \frac{1}{A + y + x} \quad (1.12)$$

になる。数学形式では、もとの戻しただけである。

e. 宇宙に、止まっている空間なんて無い！=絶対静止空間の否定

もし、結果が違っていたら、どうなるかは言えます。どちらかを静止させた方に、絶対静止空間の資格を与えられます。つまり、宇宙に絶対静止空間を定義できてしまいます。それは、光速不変が基本原理であるという相対性理論に反してしまう。つまり、二つの結果が一致することが、必然なのである。

$$\frac{d}{dy} \int \frac{dx}{A + y + x} = \frac{d}{dy} \{ \log(A + y + x) + C \} = \frac{1}{A + y + x}$$

「『宇宙に絶対静止空間がある』というのは人間の妄想である」
(ポアンカレ-, 1900)

電磁波(光)の誕生



$\partial \mathbf{E} / \partial t = (1/\epsilon) \text{rot } \mathbf{H}$ (Eの時間変化を軸としてHの渦を作る)

$\partial \mathbf{H} / \partial t = -(1/\mu) \text{rot } \mathbf{E}$ (Hの時間変化を軸としてEの渦を作る)

$\partial \mathbf{E} / \partial t = (1/\epsilon) \text{rot } \mathbf{H}$ (Eの時間変化を軸としてHの渦を作る)

$\partial \mathbf{H} / \partial t = -(1/\mu) \text{rot } \mathbf{E}$ (HがEを刺激)

初めはゆらぎ
でもよい

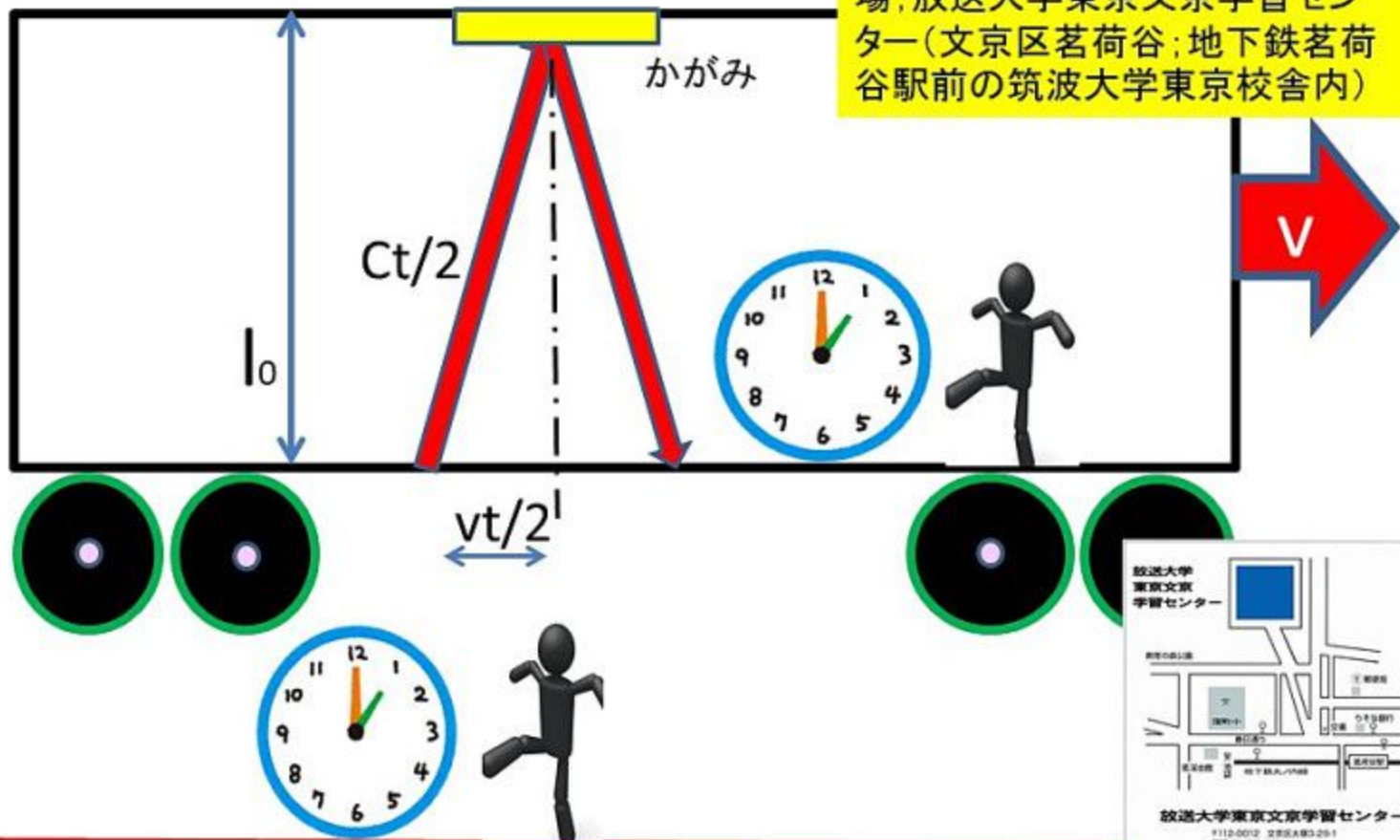
たいていの電磁気学の教科書の記述

ベクトル解析; $\text{rot rot } \mathbf{E} = \text{grad}(\text{div } \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E} \rightarrow \partial^2 \mathbf{E} / \partial t^2 - (1/\epsilon\mu) \Delta \mathbf{E} = 0 \rightarrow$ これは波動方程式
その波動は速さ $1/\sqrt{\epsilon\mu}$ である。これを光速 c という。

この光速 c はいつ、誰がどういう座標系で決めたのかに関係しないかのようだ!

光速一定とするなら、空間と時間の概念を修正すべきである。
 時間は系によって異なる

東京都内では、放送大学科学サークル総会で講義をしています。会場：放送大学東京文京学習センター（文京区茗荷谷；地下鉄茗荷谷駅前の筑波大学東京校舎内）



放送大学
東京文京
学習センター

放送大学東京文京学習センター

〒112-0002 文京区本郷3-20-1
 電話 03-5945-8888

■地下鉄丸の内線 茗荷谷駅下車(出口1)徒歩3分

■都営バス 丸の内線茗荷谷駅(都営バス茗荷谷駅前バス停)

■バス 丸の内線茗荷谷駅(都営バス茗荷谷駅前バス停)

■バス 丸の内線茗荷谷駅(都営バス茗荷谷駅前バス停)