

1年生の物理授業は、気柱の共鳴がグループ実験も含め、最後まで終わっていないと聞いています。(ちがっていたら classroom で指摘してください。) その前の弦の振動と考え方は、よく似ているので、残った部分は実験も含め、学校がはじまってから、補習を別枠で設けたいと思っています。

【ドップラー効果とはどんな現象か？】

というわけで、いきなりですが、2年生の物理は「ドップラー効果」からはじめたいと思います。ドップラー効果は、1年生の範囲と関連が薄く、ちょっとサボってしまったという人もここから頑張れば何とか挽回できるはずです。まずは身構えずにリラックスして次の動画を見てください。

動画1：音源の移動の動画 ピーポー

https://drive.google.com/file/d/10d8MB8V3F-pm3g_JL4j0t-2KAPxpV596/view?usp=sharing

動画2：観測者の移動の動画 ピーポー (救急車が止まったままサイレン鳴らすのはかなりレア)

https://drive.google.com/open?id=1P_ndPLN4JxHMm9cQTGwZLAkiF_fPDbFV

音源や観測者が(動く・移動する)ことによって、もとの振動数と異なった振動数が観測される現象を(**ドップラー効果**)という。

普通のサイレンは2つの音が交互に鳴っていてわかりにくいかもしれません。以下の動画も参考にしてください。

動画3：音源の移動の動画 一定振動数のサイレン

<https://drive.google.com/open?id=1YN5k7P1QQLS7-vkrqhQjulDmf5GkPosn>

動画4：観測者の移動の動画 一定振動数のサイレン

<https://drive.google.com/open?id=1sS5r7iKPr-y30zgdBW1m6W-DgIUWbZ1->

おまけ動画

動画5：サイレンの音階 <https://www.youtube.com/watch?v=UjXbg1TXnyY>

※救急車のサイレンのピーポーピーポーの音階はドレミでいうとシーソーシーソーだそうです。しかし、変化した後の音の高さは、音源や観測者の運動方向や速さによってまちまちで、ピアノの鍵盤の音ぴったりとは限りません。また、ドップラー効果は、ちまたでは音の高さが低くなる現象と思われがち(すれちがう前後の比較のため)ですが、近づいてくるときは、もとの音より高くなっているはずです。次の動画6で確認してみてください。これらのことは、後で扱う数式で考えればはっきりしますが、今は実験事実として現象をありのままに印象づけておいてください。

動画6：サイレン静止と近づくときの比較

https://drive.google.com/open?id=18y9l52d8x0onWfDaC6O_tS48nNmzZpCP

問1 音源や観測者の運動によって、サイレンの音の高さは、救急車が静止しているときにくらべ、どのように変化しているか。もう一度各動画で確認して答えよ。

(1) 動画1で救急車が観測者とすれちがう前では、音の高さはもとにくらべ、(**高い**)。

(2) 動画1で救急車が観測者とすれちがった後では、音の高さはもとにくらべ、(**低い**)。

https://drive.google.com/file/d/10d8MB8V3F-pm3g_JL4j0t-2KAPxpV596/view?usp=sharing

(3) 動画2で観測者が救急車とすれちがう前では、音の高さはもとにくらべ、(**高い**)。

(4) 動画2で観測者が救急車とすれちがった後では、音の高さはもとにくらべ、(**低い**)。

https://drive.google.com/open?id=1P_ndPLN4JxHm9cQTGwZLAkiF_fPDbFV

ドップラー効果では、音源と観測者が互いに近づくとき、音の高さはもとにくらべて (**高く**) なり、互いに遠ざかるとき、音の高さはもとにくらべて (**低く**) なる。

おまけ動画

動画7：音源と観測者の移動 同じ速度でサイレンを聞くと・・・

https://drive.google.com/open?id=1t0XlbPsgH_6t61581Qwp4D8HdoeLnc_G

これで終われば、ドップラー効果は非常に簡単なのですが、実は音源が動くときと、観測者が動くときでは音の高さが変化する原理が全く異なります。それを説明するためには、数式で定量的に考える必要があります。詳細は次回にしますが、そのために唯一必要な **波の基本式 $v = f \lambda$** を復習しておきましょう。基本式というくらいですから、音だけでなく、光、地震波など周期的な波動ならどんな波でも成り立つ関係式といえます。力学といえば、運動方程式 $m a = F$ ですが、波といえば $v = f \lambda$ と言えるくらい大事な公式です。単に覚えて終わらせるのではなく、下の二重線をもとに説明できるようになってください。それが次回大いに役に立ちます。

$$v = f \lambda$$

v : 波の伝わる速さ[m/s] (波は1秒毎に v m進む)

f : 波の振動数[Hz] (波源は1秒毎に f 回振動する)

λ : 波の波長[m] (山1つ谷1つ分の長さ)

↑ 二重線がとても大事 ↑

次の動画も参考にしてください。この動画と二重線をしっかり結びつければ、実は当たり前とも言える関係式です。

動画8：波は波源が1振動する間(1周期)に1波長進む ←これが根本、ここを基点に考える。

<https://drive.google.com/open?id=1RwL7fX5plmU0phO4TirTprkFM58wSQP2>

$f \times \lambda$ の意味：波源は1秒毎に f 回振動する。波源が1回振動する毎に波は λ [m]進むのだから、波が1秒毎に進む距離 v [m/s]は、($f \lambda$) に等しい。

※単位の関係で覚えておくとなおよい。

[^{ヘルツ}Hz]は人の名前にちなんでいる。意味合いとしては1秒毎の振動回数[回/s]となる。上の赤線の部分から、[m/回]と書ける。すると、 f [回/s] $\times$ λ [m/回] = v [m/s] となりつじつまが合っていることがわかる。

波の基本式の意味

① 波は波源が1振動する間（1周期）に1波長（ λ [m]）進む。

② 振動数 f [Hz]の波源は、1秒間あたりに f 個※の波をつくりだす。

※ここでは、1波長分の波、すなわち山1つ谷一つ分の波を1つの波とよぶことにする。

③ ①と②より波の伝わる速さ（1秒間に進む距離）を求めると、 $v = f \lambda$ となる。

【音源のみが動くときのドップラー効果】

まずは下の動画を見てください。

動画 9：ドップラー水波で説明

<https://drive.google.com/open?id=1HylA7tHldIINiEx1hd8vlfBdu3BMZquw>

音波の波面は目に見えないので、水面波に置き換えて観察します。はじめ、波源が止まっているときは、すべての波面は波源の位置を中心に同心円状に広がっています。つまり、すべての波面は同じ点を中心に広がっています。このとき、水波の伝わる速さは実測で 19.5cm/s となっています。波源が動くと、波源の前方では波長がもとにくらべ短く、後方では長くなります。動いている波源がつくる波面をよく観察すると、各波面の中心は波源の動きに合わせて次々とずれていくものの、ひとつひとつの波面の中心の位置は動いていないことが確認できます。また、波の伝わる速さも元と同じです。つまり、波源の静止、運動にかかわらず、各波面は発生時の位置を中心に波の伝わる速さで広がっていただけなのです。

波源から出た波の波面は、それらができた瞬間のそれぞれの位置を中心に等方的に広がっていく。

※これは波源や観測者が動いても成り立つ。

このことは、次の動画 10 のシミュレーションの方がよりわかりやすく確認できます。他ではあまり強調されませんが、この点を意識すると、ドップラー効果を詳しく考えるときに何が起きているかを正確にイメージできると思います。あわせて発生する波の数も波源の前後で等しいことも確認しておいてください。これらのことはあとに続くアニメーションを見れば当たり前かもしれませんが、かくれたポイントになっています。アニメーションを頭の中で動かせるように何度も見てイメージを作ってください。

動画 10：教科書総合物理 2 問 21 アニメーション

<https://drive.google.com/open?id=1LrkywLATkOdkc05PClmlZfTyhhCVZROP>

〔何が起きているのか？〕

まずは下の動画を見てください。

動画 11：音源の移動シミュレーション

※動画の最後に表示される vt や Vt は音源の速度や音速ではなく、それぞれ t 秒間に動いた距離の誤りです。

<https://drive.google.com/open?id=1HH8EQJ5a4ymfi5w0v94uiExQdn8LQIjp>

決まった時間（動画 11 では t 秒間、教科書や下の図では 1 秒間）に観測者の耳に入る波の数に注目してください。波源が動いても波面が進む速さは静止時と変わらず、波源の前方で波長（波面の間隔）が短くなるので、決まった時間（例えば 1 秒間）に耳に入る波の数は元（静止時）よりも多くなります。したがって観測する音の振動数は（ **大き** ）くなり、音の高さは（ **高** ）く聞こえます。動画はここまでですが、もし、観測者が音源の後方に立っていれば、この観測者の耳に入る波の数はもとよりも少なくなり、したがって観測する音の振動数は（ **小さ** ）くなり、音の高さは（ **低** ）く聞こえます。これらを手がかりに下の図の空欄に何が入るか考えてみて下さい。

音源から出たはじめの波面が 1 秒間に S から A まで進む間に、音源は S から S' まで移動していたとします。

※すみません。様々な教材の図や動画を使っているため、音源の速さを表す文字式が図や動画によって異なっています。適宜読み替えてください。
下の_____参照

f [Hz] : 音源の振動数

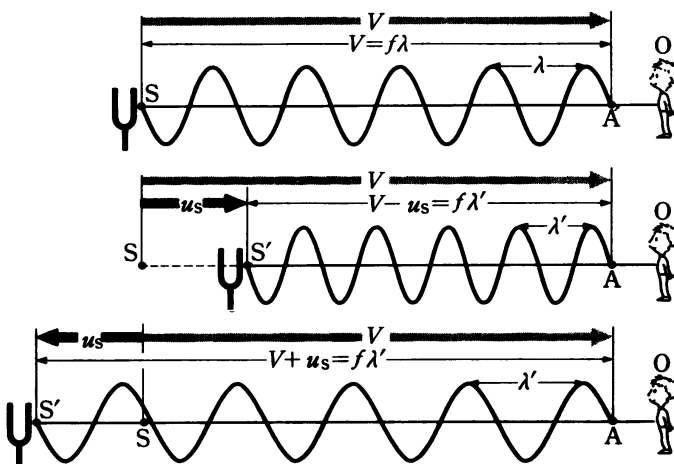
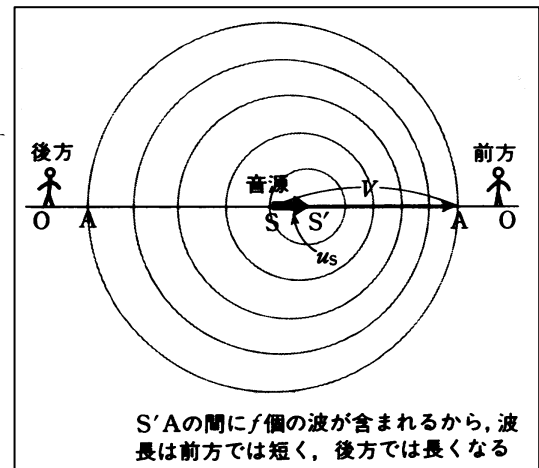
λ [m/s] : もとの波長

V [m/s] : 音速（音波の伝わる速さ）

u_s [m/s] : 音源の速さ(教科書では v_s 、動画 11 では v)

f' [Hz] : 観測される振動数

λ' [m] : 観測される波長



音源が静止している場合

$S A$ (V [m]) の間に f 個の波がある。

音源が近づく場合

$S'A$ ($V - u_s$ [m]) の間に f 個の波がある。

音源が遠ざかる場合

$S'A$ ($V + u_s$ [m]) の間に f 個の波がある。

上図の補足動画：教科書にもほぼ同じ図があります。下の動画はそのアニメーションです。参考にしてください。ただし、この動画はあくまで図の意味を理解するための補足として使って下さい。実際に音波がこの動画のように動いているわけではないので注意。実際のイメージは動画 11 の方がおすすめ！

動画 12：教科書総合物理 2 図 52 アニメーション

https://drive.google.com/open?id=1LqUZFSSE86tY3ge_xZ0THL0-BIgQIV7iA

音源が動くときにドップラー効果がおこる原因を式で考えると以下のように解釈できます。

静止しているときの波の基本式 $V = f \lambda$

音源が動くと、波の波長が変化します。変化したときの波長を λ' とすると、音速 V は元と変わらないので、変化後の波の基本式は次のようになります。

変化後の波の基本式 $V = f' \lambda'$

V ＝一定のもとで、 λ が λ' に変化すれば、数式上、 f も変化せざるを得ません。変化後の振動数を f' としました。このように音源の運動により音波の波長が変化することで、観測される振動数の変化（ドップラー効果）がおこると考えられます。このとき、 V ＝一定であることを忘れないで下さい。

[公式の導出]

前ページの図の_____の部分から、変化した後の波長 λ' を求めてみましょう。

① 音源が近づく場合

$$\text{観測される波長} \quad \lambda' = \frac{V - u_s}{f}$$

$V - u_s$ [m]の間に f 個の波がある

$$\text{観測される振動数} \quad f' = \frac{V}{\lambda'} = f \times \frac{V}{V - u_s}$$

$f' \quad [\quad > \quad] \quad f$
音は [高] く聞こえる

② 音源が遠ざかる場合

$$\lambda' = \frac{V + u_s}{f}$$

$V + u_s$ [m]の間に f 個の波がある

$$f' = \frac{V}{\lambda'} = f \times \frac{V}{V + u_s}$$

$f' \quad [\quad < \quad] \quad f$
音は [低] く聞こえる

ここまでは u_s を観測者の**速さ**（速度の大きさ）としていましたが、ここで u_s' を音速の向きを正とした観測者の**速度**として改めて定義し直します。①のときは観測者の速度は音速の向きと同じ向きなので、 $u_s' = u_s$ 、②のときは観測者の速度は音速の向きと逆向きなので、 $u_s' = -u_s$ となり、上の2式は以下のように1つにまとめられます。

$$f' = f \times \frac{V}{V - u_s'}$$

※音源の運動を速さで表現するか、速度で表現するかで公式の符号がちがってきます。問題によって様々です。注意して下さい。

[まとめ]

音源のみが運動する場合、 $V = f \lambda$ において [波長 λ] が変化することにより振動数が変化。→ $V = f' \lambda'$

*音速 V は音源が運動しても変化しない。

今回はここまで。次回は【観測者が動くときのドップラー効果】です。（金曜アップ予定）

【観測者のみが動くときのドップラー効果】

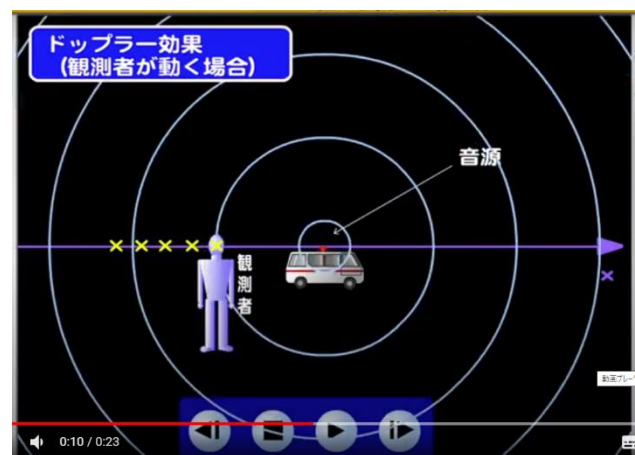
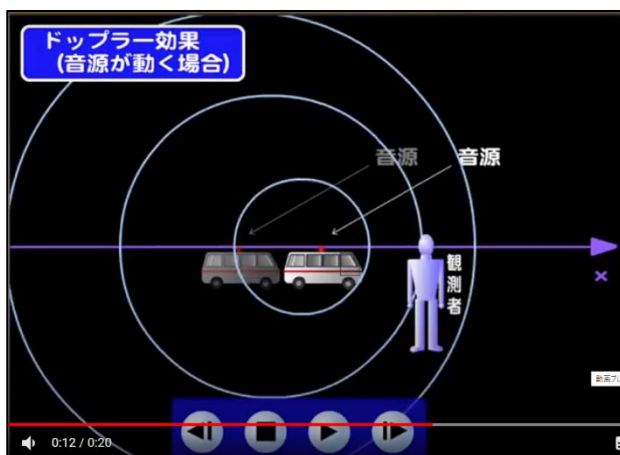
No.2 で、同じドップラー効果でも、音源が動く場合と観測者が動く場合では原理が異なることに触れました。下の動画 13 と前回の動画 11 を見くらべて何がちがうかを考えてみて下さい。

動画 13 :

https://drive.google.com/open?id=1XYaekBqU_S7xtNMrGd-Zrtp7vnZHelf5

2つの動画を見て気づいたことを書こう。(相違点・変わらない点、いくつでもよいです。)

なかなか説明は難しいかもしれませんが、下図をひと目見ただけでもちがいに気づくはずですよ。



〔何が起きているのか？〕

前頁で学習したように、左図では音源が動くことによって、前後で波長 λ が変化していますが、右図では音源は止まっているので、波長 λ に変化はありません。波源で発せられた個々の波面はどちらの場合も、それが生まれた地点を中心に音速 V で等方的に広がっていきます。No.3 で確認したことです。

波源から出た波の波面は、それらができた瞬間のそれぞれの位置を中心に等方的に広がっていく。

※これは波源や観測者が動いても成り立つ。

左では V ＝一定のもとで、 λ が λ' に変化するため、 f も f' に変化すると考えました($f\lambda = f'\lambda'$)。右ではどのように考えたらよいのでしょうか？ V も λ も変化しないのであれば、 f も変化せず、ドップラー効果は起こらないということになり、観測結果と異なってしまいます。・・・

これは以下のように考えると解決できます。地面に対する音速は変化しませんが、観測者が動けば観測者にとっての音速は、その動きに応じて変化します。つまり、 λ ＝一定のもとで、 V が V' に変化す

るため、 f も f' に変化すると考えればよいのです ($\lambda = \frac{V}{f} = \frac{V'}{f'}$)。左右どちらの場合でも観測者の身になって、何が変化して、何が変わらないのかに注目すれば、波の基本式 $V = f \lambda$ にあてはめて、何が起ころのかを見通すことができます。これをもとに式でもう少し詳しく考えてみましょう。

〔公式の導出（観測者のみが運動する場合）〕

音源から出た音波の先端が 1 秒間に O から A まで進む間に、観測者は O から O' まで移動していたとする。

f [Hz] : 音源の振動数

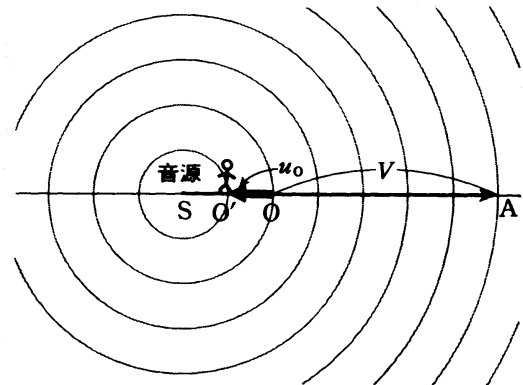
λ [m/s] : 波長

V [m/s] : 音速

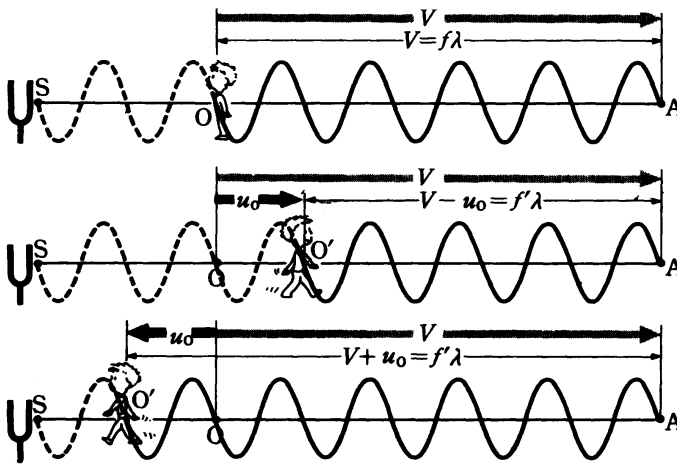
u_0 [m/s] : 観測者の動く速さ

f' [Hz] : 観測される振動数

V' [m/s] : 観測者から見た音速



観測する振動数は O'A の間にある波の数である



観測者が静止している場合

観測者にとっても音速は、 V [m/s]

1 秒間に O'A (V [m]) の間にある波が観測者の耳に入る。

観測者が遠ざかる場合

観測者にとっての音速は、 $(V - u_0)$ [m/s]

1 秒間に O'A ($V - u_0$ [m]) の間にある波が観測者の耳に入る。

観測者が近づく場合

観測者にとっての音速は、 $(V + u_0)$ [m/s]

1 秒間に O'A ($V + u_0$ [m]) の間にある波が観測者の耳に入る。

観測者が音源から遠ざかる場合

観測者が音源に近づく場合

観測者から見た音速

$$V' = V - u_0$$

$$V' = V + u_0$$

観測者から見た波長

$$\lambda = \frac{V}{f} \quad (\text{もとと変わらず})$$

$$\lambda = \frac{V}{f} \quad (\text{もとと変わらず})$$

観測される振動数

$$f' = \frac{V'}{\lambda} = f \times \frac{V - u_0}{V}$$

$$f' = \frac{V'}{\lambda} = f \times \frac{V + u_0}{V}$$

$$f' (23 <) f$$

$$f' (24 >) f$$

音は (25 低) く聞こえる

音は (26 高) く聞こえる

音の方向を正として、観測者の速度を u_o' とすると、2つの式は1つの式にまとまります。

$$f' = f \times \frac{V - u_o'}{V}$$

[まとめ]

観測者のみが運動する場合、 $V = f \lambda$ において (27 観測者から見た音速) が変化することにより振動数が変化。→ $V' = f' \lambda$

* 波長 λ は観測者が運動しても変化しない。

* 観測者が運動しても地面に対する音速 V は変化しないが、(28 観測者) にとっての音速は変化する。

【音源と観測者の両方が動くときのドップラー効果】

まず振動数 f の音源が速度 u_s' で動くことで振動数が $f' = f \times \frac{V}{V - u_s'}$ に変化します。この振動数

f' の音を観測者が速度 u_o' で動きながら聞くと考えると、観測者が観測する音の振動数 f'' は、

$$f'' = f' \times \frac{V - u_o'}{V} = f \times \frac{V}{V - u_s'} \times \frac{V - u_o'}{V} = f \times \frac{V - u_o'}{V - u_s'}$$

$$f'' = f \times \frac{V - u_o'}{V - u_s'}$$

f [Hz] : 音源の振動数

V [m/s] : 音速

u_s' [m/s] : 音源の速度

u_o' [m/s] : 観測者の速度

f'' [Hz] : 観測される振動数

分数の分子に観測者の速度 u_o' 、分母に音源の速度 u_s' があります。上に人 (観測者)、下に物 (音源) と覚えておこう。

問2 次の各場合について、観測者の聞く音波の振動数 f' [Hz] を求めよ。音源の振動数を $f = 720$ Hz、音の速さを $V = 340$ m/s とする。

- (1) 音源が 20 m/s の速さで、静止している観測者に近づく。
- (2) 音源が 20 m/s の速さで、静止している観測者から遠ざかる。

【解答】 (1) 765 Hz (2) 680 Hz

問3 次の各場合について、観測者の聞く音波の振動数 f' [Hz] を求めよ。音源の振動数を $f=510$ Hz、音の速さを $V=340$ m/s とする。

- (1) 観測者が20 m/s の速さで、静止している音源から遠ざかる。
- (2) 観測者が20 m/s の速さで、静止している音源に近づく。

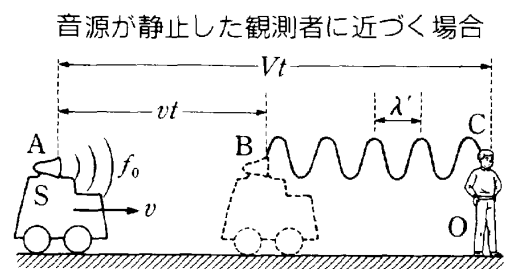
【解答】 (1) 480 Hz (2) 540 Hz

問4 音源と観測者が同一直線上を同じ向きに進む。音源が速さ 20 m/s で進み、観測者が音源の前方を速さ 10 m/s で進むとき、観測者の聞く音波の振動数は何 Hz か。音源の振動数を $f=640$ Hz、音の速さを $V=340$ m/s とする。

【解答】 660 Hz

問5 次の文の () に適当な式、または語句を入れよ。

右図で、Sは振動数 f_0 、波長 λ_0 の音をだす音源であり、Oは観測者である。音速は V である。いま、図のようにSが静止したOに向かって速さ v で近づくとき、A点で発した音が、時間 t 秒後にCに達した。その間にSは vt だけ動いている。したがって、BC = (ア) となり、その中に (イ) 個の波があるので、Oの聞く音の波長 λ' は $\lambda' =$ (ウ) となる。Oの聞く音の振動数 f' は $f' =$ (エ) f_0 となり、音源の音より (オ) く聞こえる。



〔詳解〕

問2 音源から観測者へ向かう向きを正とする。

$$「f' = \frac{V}{V - v_s} f」より$$

$$(1) \quad f' = \frac{340}{340 - 20} \times 720 = \mathbf{765 \text{ Hz}}$$

$$(2) \quad f' = \frac{340}{340 - (-20)} \times 720 = \mathbf{680 \text{ Hz}}$$

問3 音源から観測者へ向かう向きを正とする。

$$「f' = \frac{V - v_o}{V} f」より$$

$$(1) \quad f' = \frac{340 - 20}{340} \times 510 = \mathbf{480 \text{ Hz}}$$

$$(2) \quad f' = \frac{340 - (-20)}{340} \times 510 = \mathbf{540 \text{ Hz}}$$

※この問題の音源の振動数を 510Hz のかわりに 720Hz にして計算してみよう。

答えは(1)約 678Hz、(2)約 762Hz となり、問2の値とずれてくる。音源と観測者の相対速度が同じでも音源が動くときと観測者が動くときでは値が異なる。

問4 音源から観測者へ向かう向きを正とする。

$$「f' = \frac{V - v_o}{V - v_s} f」より$$

$$f' = \frac{340 - 10}{340 - 20} \times 640 = \mathbf{660 \text{ Hz}}$$

問5 ア $Vt - vt$ イ $f_0 t$ ウ $\frac{V - v}{f_0}$ エ $\frac{V}{V - v}$ オ 高

※教科書やこのプリントの説明は1秒間で考えているが、この問題は t 秒間で考えている。

【ドップラー効果の公式の使い方】

前回導いたドップラー効果の公式の記号を改めておき直します。(ダッシュを1つ減らしました。)

$$f' = f \times \frac{V - u_o}{V - u_s}$$

f [Hz]: 音源の振動数

V [m/s]: 音速

u_s [m/s]: 音源の速度

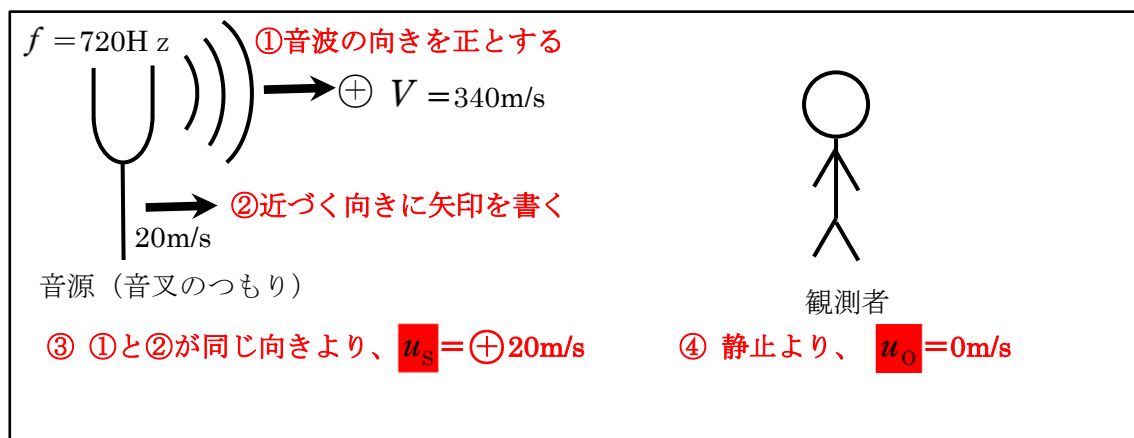
u_o [m/s]: 観測者の速度

f' [Hz]: 観測される振動数

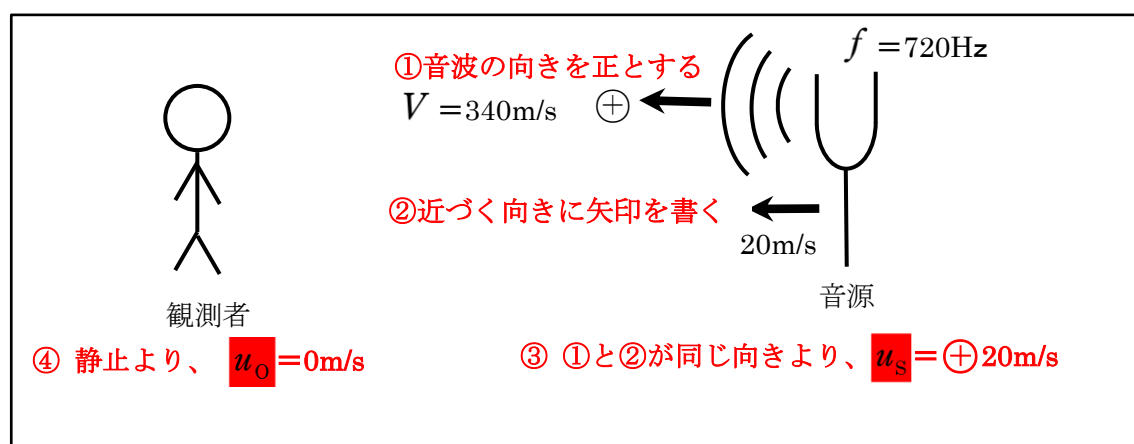
前頁掲載の詳解は、すでに数値を代入した式が書かれていました。ここでは、その式にどのように判断して数値を代入すればよいかをもう少し詳しく説明したいと思います。

問2(1) 題意より $f = 720\text{Hz}$ 、 $V = 340\text{m/s}$ はすぐにわかる。あとは u_s と u_o の数値がわかればよい。

※必ず図を書いて考えよう。



問題では左右の向きの指定はないので、仮に下図のような左右逆の図を書いたとしても、 u_s と u_o の数値に変わりはありません。大丈夫です。



どちらの場合も、観測者に向かう音波の進む向きを正として、①と②の向きが同じなので、 u_s の符号を正としています。反対なら u_s の符号を負にするだけです。(2)がそのケースの問題です。問3や問4の u_o や u_s の符号についても全く同様に考えることができます。なるべくあとの解答図を見ずに上にならって、自分自身で図を描く練習をしてください。

問 2 (2)

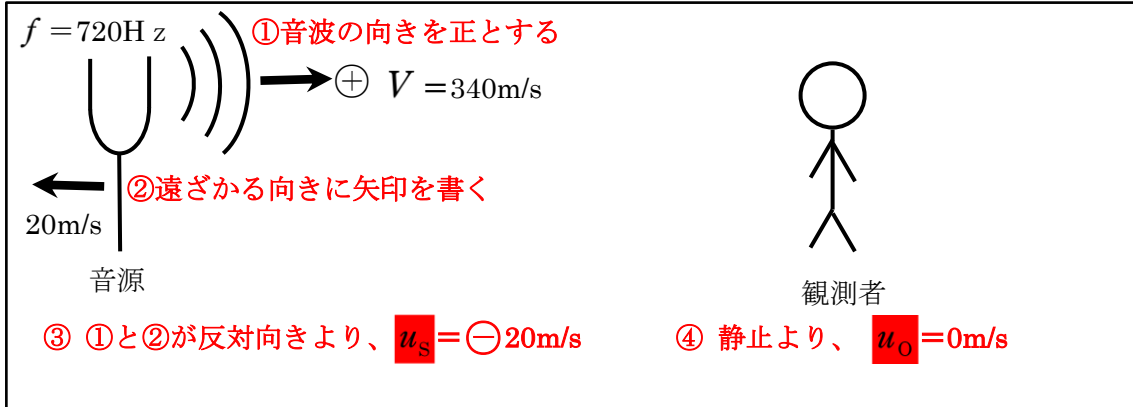
問 3 (1)

問 3 (2)

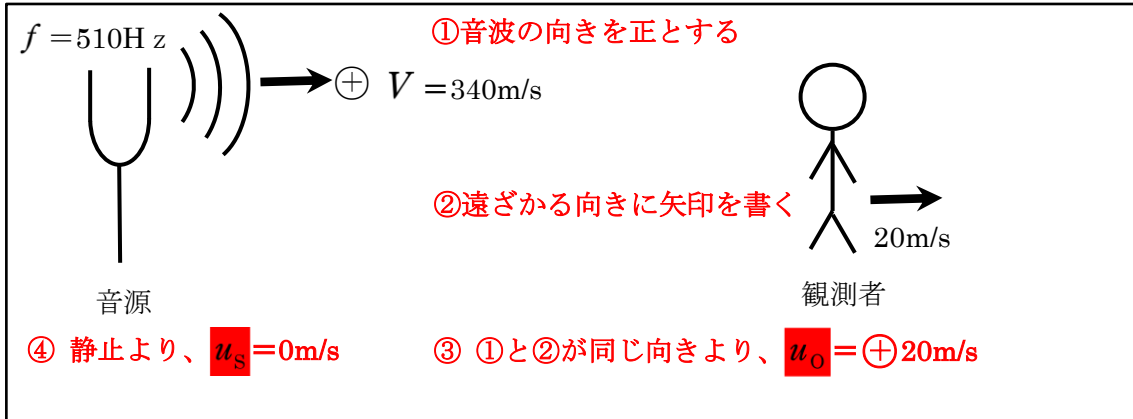
問 4

模範解答図

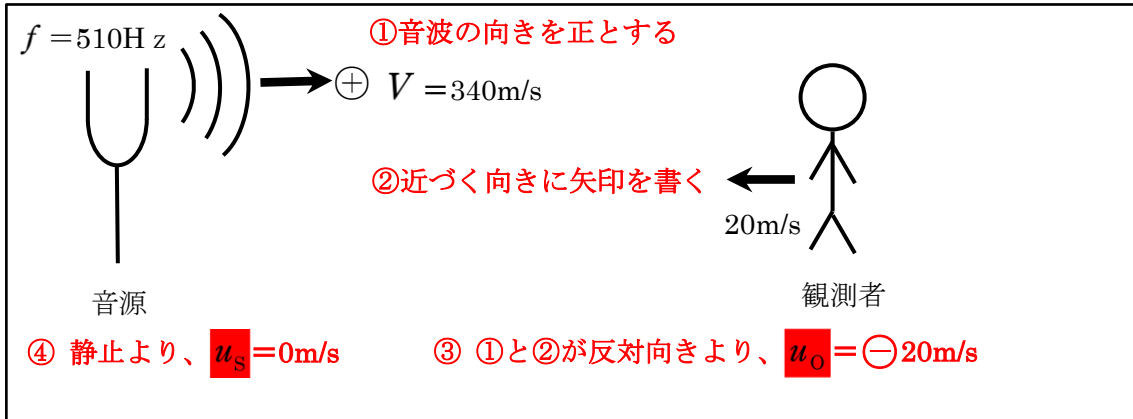
問 2 (2)



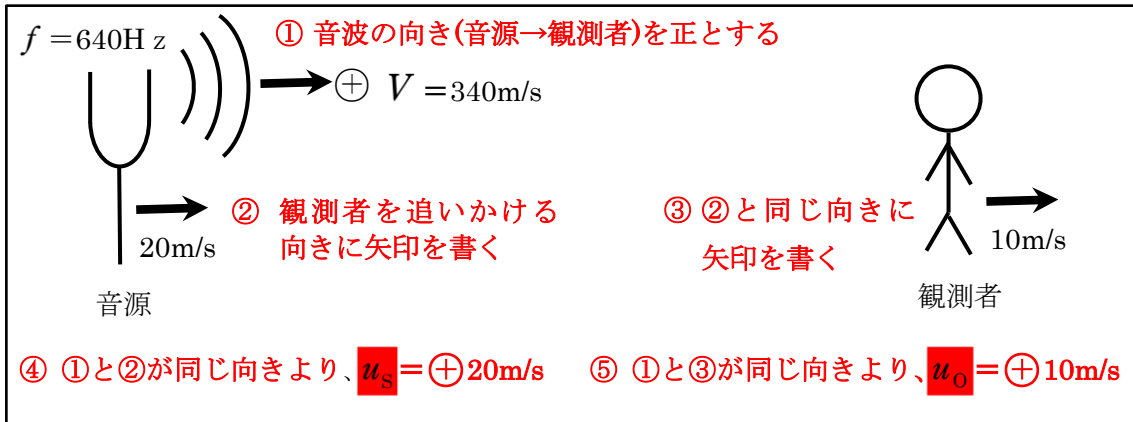
問 3 (1)



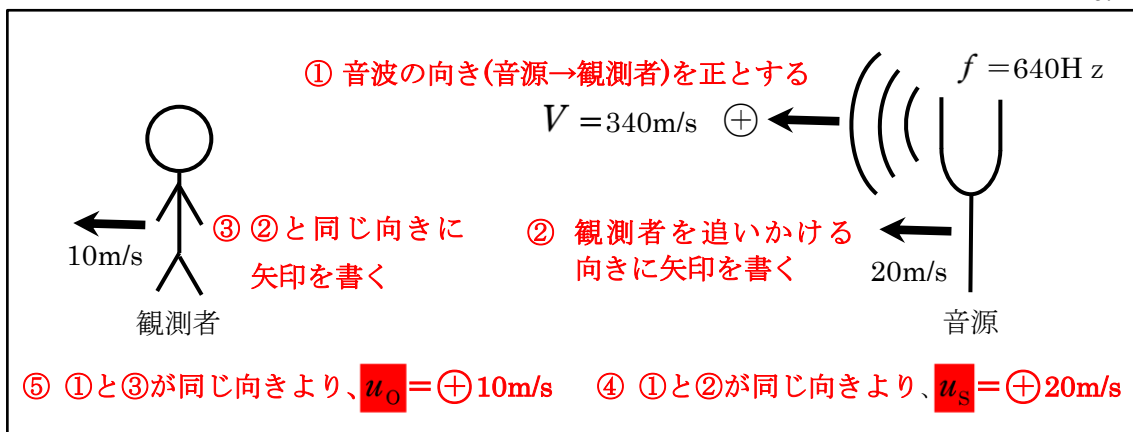
問 3 (2)



問 4



はじめに音源を左側、観測者を右側に描けば、上図のようになります。問 4 も左右の指定はないので、音源を右側、観測者を左側に描くこともあるでしょう。そのような場合、図は次のようになり、得られる数値に変わりがないことが確認できます。



問5 Vt は t 秒間に音波が進む距離、 vt は t 秒間に音源が進む距離である。これらの距離の間に $f_0 t$ 個の波が縮んでおさまっている。よって、縮んだ後の波長（波1つ分の長さ） λ' は、

$$\lambda' = \frac{Vt - vt}{f_0 t} = \frac{V - v}{f_0}$$

となる。この波長 λ' の波が音速 V で観測者の耳に入るので、観測者にとっての波の基本式は、

$$V = f' \lambda'$$

である。 f' は観測者の聞く振動数であり、

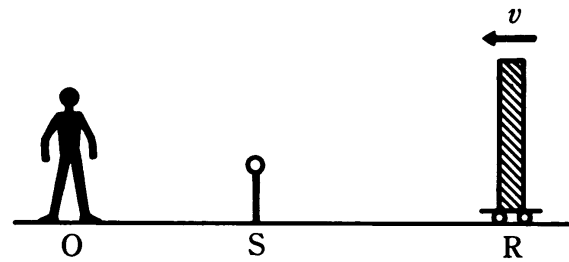
$$f' = \frac{V}{\lambda'} = \frac{V}{V - v} f_0$$

と求められる。

観測者にとっての波の基本式 $V = f' \lambda'$ を意識できるかがドップラー効果を理解する鍵になる。
 V は観測者にとっての音速（もとの音速に一致）。
 $V - v$ は1秒間に音波と音源が進む距離の差である。

【動く反射板による反射音のドップラー効果】

問 6 図のように一直線上に観測者O、音源S、反射板Rがある。Oは静止しており、Sは振動数 f_0 の音を出し、Rは v の速さで観測者に近づく。音速を V とする。



- (1) Sが静止しているとき、Rによって単位時間に反射される波の数を求めよ。
- (2) (1)の場合に、Oが観測するRからの反射波の波長を求めよ。
- (3) この場合、観測者が聞くうなりの回数は毎秒何回か。
- (4) Sが速さ u でOから遠ざかるとき(Rは v で近づく)のうなりは何回か。

問 6 の反射板の問題は、条件が複雑ではじめは困惑するかもしれませんが、前回の問 2～問 5 までの問題をしっかりマスターできていれば、内容的に新しいことはほとんどありません。付け加えるポイントがあるとすれば、次の赤字部分に限ります。

反射板がかかわる問題の考え方

音波が**反射する前**

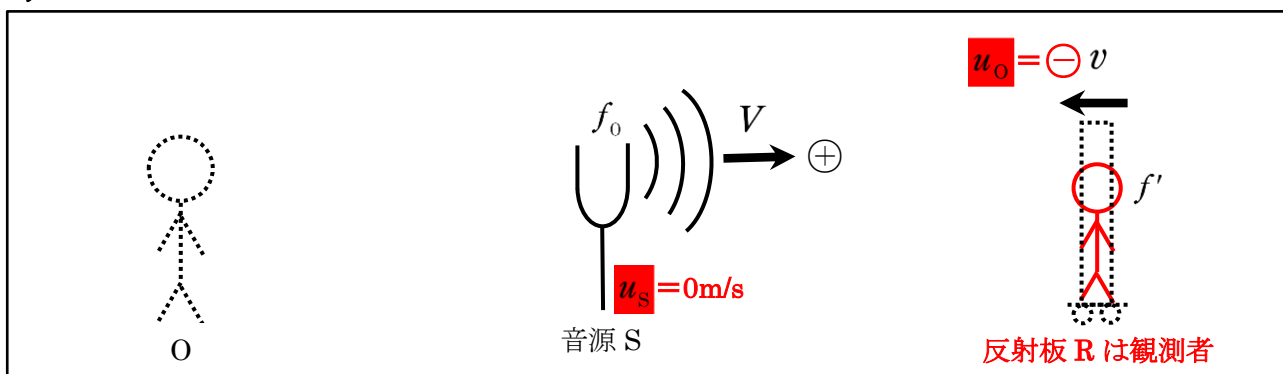
反射板を**観測者とみなした**ドップラー効果を考えて、反射板が観測する振動数 f' を求める。

音波が**反射した後**

反射板を**振動数 f' の音源とみなした**ドップラー効果を考えて、本当の観測者が観測する振動数 f'' を求める。

〔問 6 模範解答〕

- (1) はじめ、反射板 R を観測者とみなして考える。(本当の観測者 O は今は考えない。)
- (R によって単位時間に反射される波の数)=(1 秒間に R の耳に入る波の数)=(R が聞く振動数 f')
 f' を求めればよい。

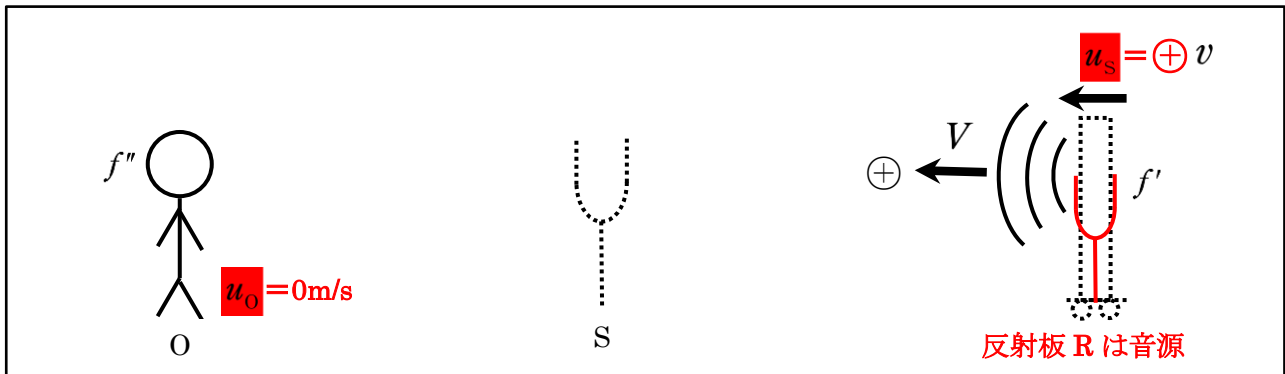


$$f' = f_0 \times \frac{V - u_o}{V - u_s} = f_0 \frac{V + v}{V}$$

〔別解(解説)〕

R (観測者) に対する波の速さは、 $V' = V + v$ だから、単位時間に観測する波の数、すなわち振動数 f' は、 $f' = \frac{V'}{\lambda_0} = \frac{V+v}{\lambda_0} = f_0 \frac{V+v}{V}$ (λ_0 はもとの波長、 $V = f_0 \lambda_0$ を満たす。)

- (2) 反射後、観測者 O にとって R は、速さ v で近づく振動数 f' の音源と見なせる。ひとまず、O が聞く反射音の振動数 f'' を求めてから、 $V = f'' \lambda'$ より λ' を求める。



$$f'' = f' \times \frac{V}{V-v} = f_0 \frac{V+v}{V} \frac{V}{V-v} = f_0 \frac{V+v}{V-v}$$

$$\text{O が観測する波長 } \lambda' \text{ は、 } \lambda' = \frac{V}{f''} = \frac{V(V-v)}{f_0(V+v)}$$

〔別解(解説)〕

R (音源) が速さ v で O に近づき、長さ $Vt - vt$ の間に $f't$ 個の波が縮んでおさまるので、縮んだ後の波長 λ' は、 $\lambda' = \frac{V-v}{f'} = \frac{V(V-v)}{f_0(V+v)}$

- (3) O は S からの振動数 f_0 の直接音と R からの振動数 f'' の反射音を同時に聞く。

$$\text{単位時間に O が聞くうなりの回数は } |f_0 - f''| = f_0 \left| 1 - \frac{V+v}{V-v} \right| = f_0 \frac{V+v-V+v}{V-v} = \frac{2vf_0}{V-v}$$

- (4) については考え方の概略と略解を示しておきます。(1)～(3)を参考に図を使った自分なりの詳解を考えてみてください。

$$\text{O が聞く S からの直接音の振動数 } f_1 \text{ は、 } f_1 = f_0 \frac{V}{V+u}$$

$$\text{R が聞く S からの音の振動数 } f_2 \text{ は、 } f_2 = f_0 \frac{V+v}{V-u}$$

$$\text{O が聞く S からの反射音の振動数 } f_2' \text{ は、 } f_2' = f_0 \frac{V(V+v)}{(V-u)(V-v)}$$

$$O \text{ が観測する } S \text{ からの反射音の波長 } \lambda_2' \text{ は、 } \lambda_2' = \frac{V}{f_2'} = \frac{(V-u)(V-v)}{f_0(V+v)}$$

(4)の自分なりの詳解

【ドップラー効果に関する問題の解き方】（これまでのまとめ）

①何が音源か観測者かを見極める。

（反射板で音が反射される場合、反射をする前は観測者として、反射した後は振動数 f' の音源として扱う。）

②観測者が聞く音の進む向き（音源から観測者に向かう向き）を正とする。

③ドップラー効果の公式にあてはめて観測される振動数を求める。

f' [Hz] : 観測される振動数 f [Hz] : 音源の振動数

$$f' = f \times \frac{V - u_o}{V - u_s} \quad u_s \text{ [m/s] : 音源の速度} \quad u_o \text{ [m/s] : 観測者の速度}$$

$$V \text{ [m/s] : 音速}$$

音源が運動する場合、波長が変化するため、観測される振動数も変化する。

$$\lambda' = \frac{V - u_s}{f} \quad f' = \frac{V}{\lambda'} \quad \text{音速は変化なし}$$

観測者が運動する場合観測者に対する音速が変化するため、観測される振動数も変化する。

$$V' = V - u_o \quad f' = \frac{V'}{\lambda} \quad \text{波長は変化なし}$$

【衝撃波】（おまけ）

これまで考えてきたドップラー効果は、No.4 のはじめの図のように、新しい波面が古い波面を追い越さないことが前提になります。つまり、音速 V と音源の速さ u_s の間に $u_s < V$ なる関係が必要です。 $u_s > V$ の状況では、もはや波面は No.4 の図のようにはならず、音速を超えた圧力変化が伝搬します。これを衝撃波といいます。

動画 14 (おまけ) : 音速をこえる^{おまけ}鞭

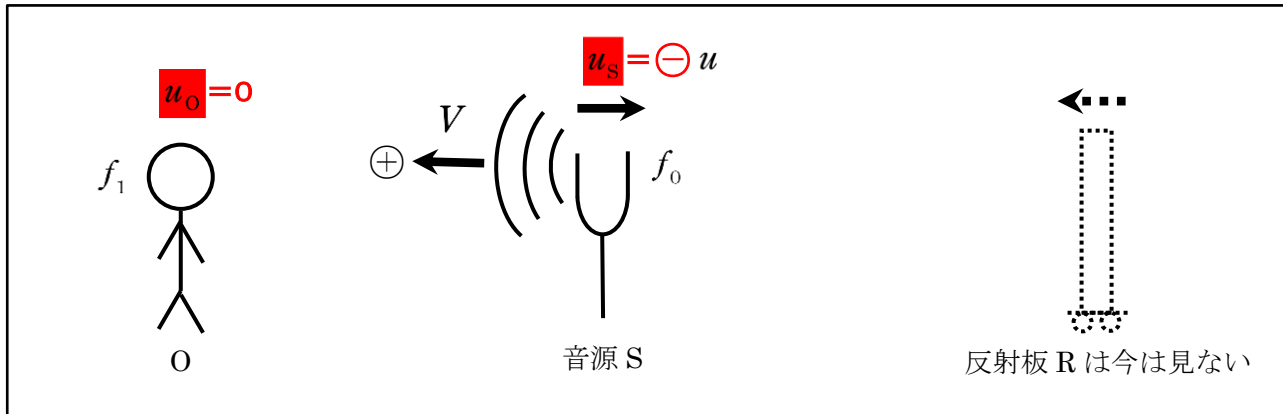
←鞭の音は何かをたたく音ではない！

<https://www.youtube.com/watch?v=U9HI2BpWkLM>

問 6(4) の模範解答

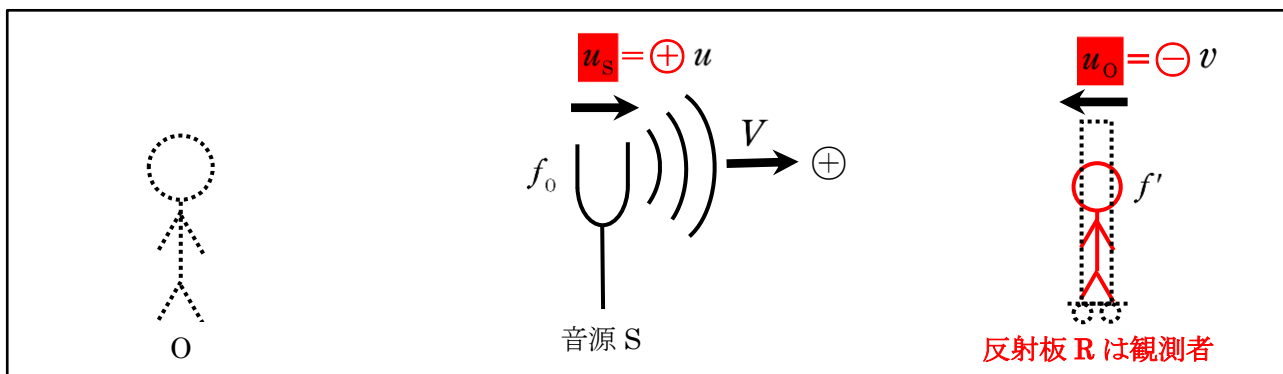
新しいことは何もありません。(3)までの考え方の繰り返しです。条件が込み入っているの、見落とさないように、図を丁寧に書いて確認をしていけば、大丈夫です。

O が聞く直接音の振動数 f_1 を求める。



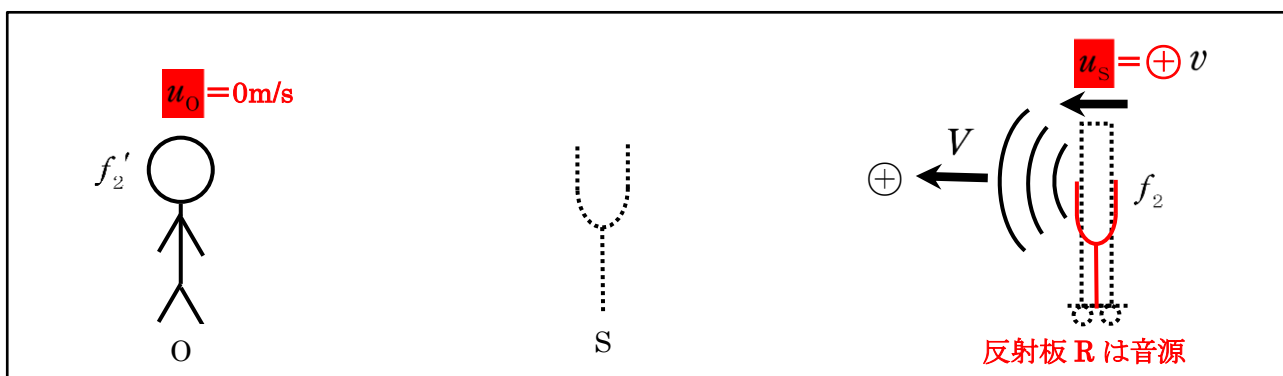
上図より、 $f_1 = f_0 \frac{V}{V+u}$

次に反射板 R が聞く(観測する)振動数 f_2 を求める。



上図より、 $f_2 = f_0 \frac{V+v}{V-u}$

O が聞く S からの反射音の振動数 f_2' を求める。



上図より、 $f_2' = f_2 \frac{V}{V-v} = f_0 \frac{V(V+v)}{(V-u)(V-v)}$

ちなみに O が観測する S からの反射音の波長 λ'_2 は、 $\lambda'_2 = \frac{V}{f'_2} = \frac{(V-u)(V-v)}{f_0(V+v)}$

※音源が動くときは、変化した波長 λ' を求めてから、 $V = f' \lambda'$ より、 f' を求めるのが正攻法ですが、自信や時間がないときは、公式から f' を求めて、 λ' を求める裏の手も有りだと思います。

模範解答を続けます。

よって、1 秒間に O が聞くうなりの回数は、

$$\begin{aligned} |f_1 - f_2| &= f_0 \left| \frac{V}{V+u} - \frac{V(V+v)}{(V-u)(V-v)} \right| \\ &= f_0 \left| \frac{V(V-u)(V-v) - V(V+u)(V+v)}{(V+u)(V-u)(V-v)} \right| \\ &= f_0 V \frac{(V+u)(V+v) - (V-u)(V-v)}{(V+u)(V-u)(V-v)} \\ &= \frac{2f_0 V^2(u+v)}{(V+u)(V-u)(V-v)} \end{aligned}$$

※ドップラー効果では、 $V > u$ ， $V > v$ が前提(ただし書きがない問題が多い)なので、分母は正。分子の正負から判断して、絶対値記号を外す。

おまけ

動画 15：音源の移動：ブザーを振り回してみよう

<https://drive.google.com/open?id=1yfS3tOGP510bqAemBAGdGEyBi5OXwjNt>

動画 16：観測者の移動：マイクを振り回してみよう

https://drive.google.com/open?id=1Ov5V4pisq5KwFyVEg_cLHrML5AOvQMyr

これまで学んだドップラー効果は、観測者と音源が一直線上を運動しているときを考えていました。動画 15 のような場合は、円運動を考える必要があります。力学後半の等速円運動を学んだ後なら、このような応用問題も計算で解けるようになると思います。